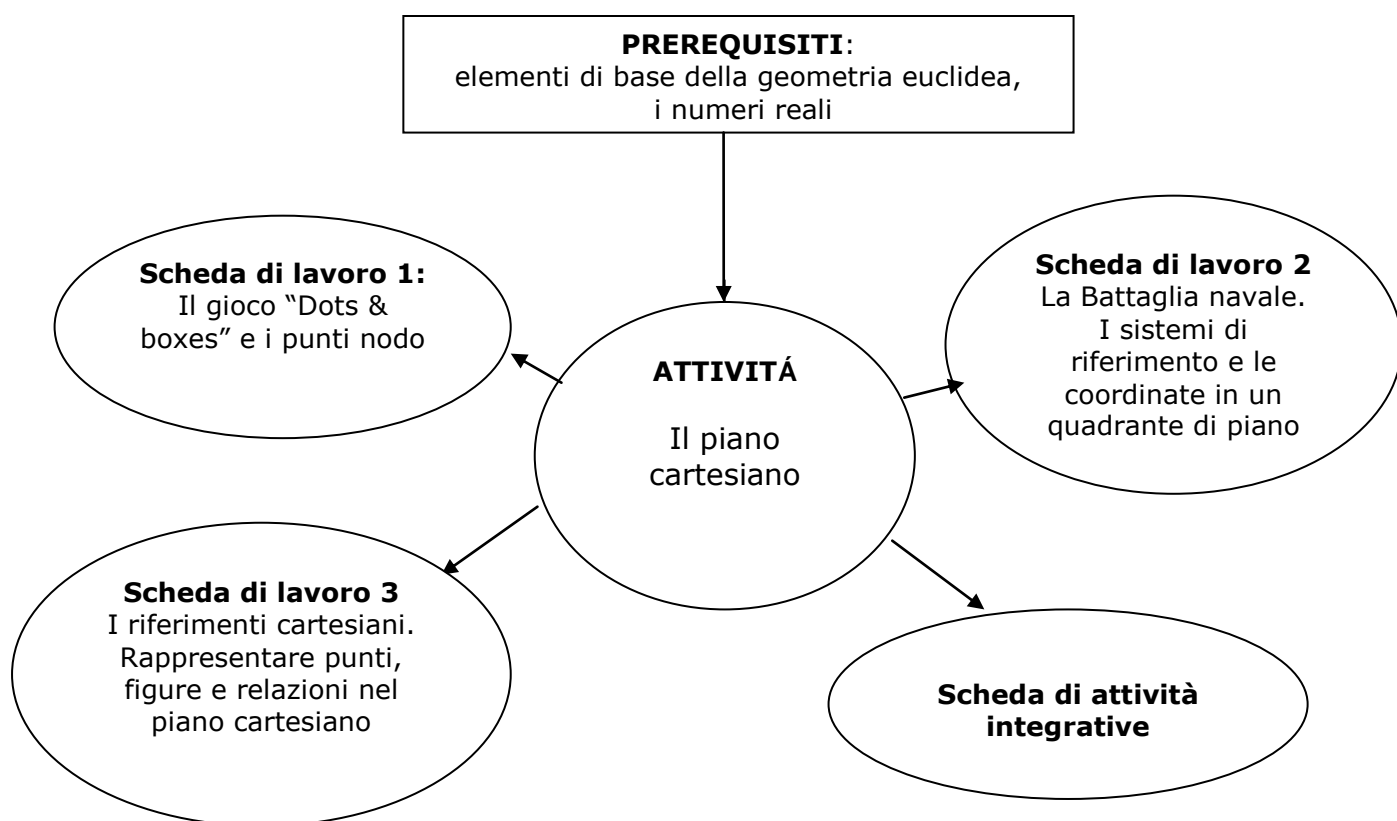


Titolo: Il piano cartesiano

Palmira Ronchi

Nuclei: Spazio e figure – Relazioni e funzioni



Introduzione

Tematica: l'attività ricorre a Dots & Boxes (termine inglese tradotto in punti e linee, un gioco con carte e penna tra due o più giocatori, dove partendo da una griglia di punti vuota i giocatori possono, a turno, inserire una linea orizzontale o verticale tra due punti non ancora collegati cercando di costruire più quadrati possibili) e alla più nota "Battaglia navale", in un contesto iniziale di gioco, per introdurre il metodo delle coordinate e costruire il piano cartesiano a partire dai punti nodo.

Finalità e obiettivi di apprendimento

Obiettivi dalle Indicazioni Nazionali 2007:

- *Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria).*
- *In particolare, rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano.*
- *Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$, $y=ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici.*

Obiettivi specifici della attività riguardano:

- *conoscere il Piano cartesiano e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.*
- *acquisire un linguaggio geometrico preciso atto a comunicare e condividere le proprie soluzioni;*
- *manipolare figure geometriche e stabilire relazioni anche con l'uso di software di geometria dinamica per un uso parallelo da parte degli allievi dei registri analitico-formale e sintetico visivo.*

Metodologia: attività di tipo laboratoriale da svolgere in piccoli gruppi, dove l'insegnante guida l'esplorazione delle costruzioni geometriche da parte degli allievi, valorizza le ipotesi, coordina la discussione e la verifica, ponendo domande stimolo e problemi. Le risposte non vengono date dall'insegnante, ma scoperte dagli alunni attraverso la costruzione, la manipolazione di modelli geometrici, l'uso di software di geometria dinamica, la verbalizzazione e la discussione in classe.

Descrizione dell'attività

- **Condizione, problema o stimolo da cui nasce l'attività**

L'attività propone un insegnamento della Geometria analitica che tiene conto dei gradualità livelli di apprendimento degli studenti, ne rafforza gli aspetti visuali e descrittivi-analitici, acquisiti nella scuola dell'infanzia e primaria, e, attraverso attività ludiche e costruzioni di modelli fisici su carta o virtuali, e con l'uso di software di geometria dinamica come Geogebra, promuove il pensiero razionale e l'introduzione di "limitate catene di deduzioni".

L'attività recepisce uno dei traguardi delle *Indicazioni nazionali* –L'alunno[...] *Ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione), grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.*

L'introduzione allo studio della geometria analitica viene svolta alternando modalità ed ambienti di lavoro differenti: attività di gruppo con schede e strumenti da disegno, discussione collettiva in classe, lezioni con la LIM, attività di laboratorio di informatica con Geogebra. Nel Kit PQM sono forniti i file immagine e di Geogebra per svolgere gli esercizi in attività di classe con la LIM o nel laboratorio di informatica.

- **Prerequisiti richiesti ai ragazzi per svolgere l'attività**

L'attività si svolge in una terza classe e i prerequisiti che gli studenti devono possedere sono:

- saper operare con gli enti geometrici fondamentali e con i numeri reali.

- **Strumenti forniti agli allievi**

Ogni allievo deve disporre di strumenti per il disegno geometrico (matite, gomme, righello, squadre, compasso) e saranno distribuite delle schede di lavoro.

L'attività prevede anche la proiezione da parte dell'insegnante, con la LIM o almeno con un proiettore collegato al computer, di alcune attività e di esercizi creati con Geogebra.

- **Organizzazione della classe e metodologia**

La metodologia è laboratoriale con attività di gruppo atte a stimolare la collaborazione, la condivisione del sapere e la consapevolezza da parte degli allievi di comunicare con un linguaggio appropriato i loro procedimenti risolutivi. A tale proposito si suddividerà la classe in gruppi permettendo, comunque, l'interazione dei gruppi tra loro. Ogni gruppo sarà costituito da massimo 5 studenti per garantire l'interazione reciproca di tutti i componenti.

- **Fasi e tempi** (7 ore estendibili in base alle esigenze didattiche della classe)

L'unità comprende 3 diverse attività così articolate:

Attività 1 – Il gioco “Dots & boxes” e i punti nodo (durata 1 ora)

- Fase 1 – Le regole del gioco
- Fase 2 - Quali strategie sono vincenti? Deduci e relaziona.

Lavoro in gruppi di 2 alunni ciascuno, quindi discussione collettiva in classe in apprendimento collaborativo. MATERIALI: strumenti da disegno, [scheda STUDENTE attività in classe](#), [scheda DOCENTE di lavoro in classe](#).

Attività 2 – La battaglia navale - I sistemi di riferimento e le coordinate cartesiane (durata 2 ore - 1h di attività integrativa sui riferimenti geografici)

Lavoro in gruppi da massimo 5 alunni, quindi discussione collettiva in classe in apprendimento collaborativo. MATERIALI: strumenti da disegno, [scheda STUDENTE attività in classe](#), [scheda DOCENTE di lavoro in classe](#).

Attività 3 – I riferimenti cartesiani - Rappresentare punti, figure e relazioni nel piano cartesiano (durata 2 ore – 1 ora attività integrativa con il foglio di calcolo di Geogebra)

Lavoro su schede esercitative da parte di ciascun alunno individualmente, quindi discussione collettiva in classe in apprendimento collaborativo. MATERIALI: strumenti di calcolo e di disegno, [scheda STUDENTE attività in classe](#), [scheda DOCENTE di lavoro in classe](#).

Attività integrative – Laboratorio di informatica o LIM

I riferimenti geografici – Il software liberamente fruibile Google Earth, una volta scaricato e installato sul PC, offre una mappa virtuale e interattiva in 3D della terra e le coordinate della latitudine e longitudine di un luogo scelto dall'utente.

Primi passi con Geogebra e il foglio di calcolo in Geogebra - costruzioni geometriche elaborate con il software Geogebra con l'uso del tracciamento, nel foglio di calcolo associato, delle coordinate di un punto con coordinate relazionate tra loro . MATERIALI: file di Geogebra forniti nel KIT, scheda con i passi operativi delle costruzioni geometriche in Geogebra e suggerimenti metodologici.

Bibliografia

- 1] E. Castelnuovo, *La via della matematica – la geometria*, La Nuova Italia, Firenze 1970.
- 2] Di Comite, Faretra, Candela, *Matematica2*, Bracciodieta, Bari 1983.
- 3] F. Bonfanti, L. Chini Artusi. *Quaderno di matematica per la scuola media*, Le Monnier, Firenze 1971.

Software

- Il software di geometria dinamica open source Geogebra, liberamente scaricabile e fruibile dal sito www.geogebra.org .

Risorse on line

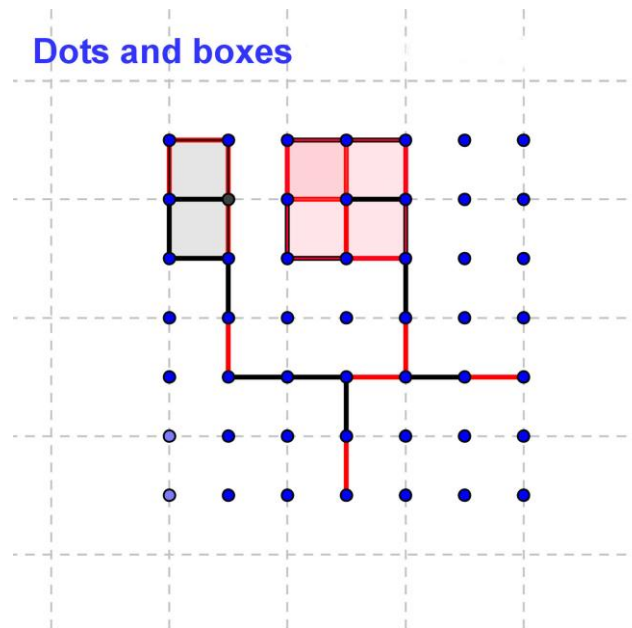
- Per avere maggiori indicazioni sul gioco “Punti e linee” in rete segnaliamo un articolo in inglese di *analisi di strategie vincenti*

(<http://mathworld.wolfram.com/DotsandBoxes.html>) e una più estesa *analisi matematica del gioco* (<http://homepages.cae.wisc.edu/~dwilson/boxes/>)

- Il sito ViaLattea Net <http://www.vialattea.net> è un'iniziativa no-profit dedicata alla scuola (a studenti e docenti) e a chiunque abbia interesse per argomenti scientifici, alla quale partecipano docenti, professionisti e appassionati. Per approfondimenti su coordinate geografiche, latitudine e longitudine geografiche <http://www.vialattea.net/eratostene/gloss/coordinategeografiche.html>

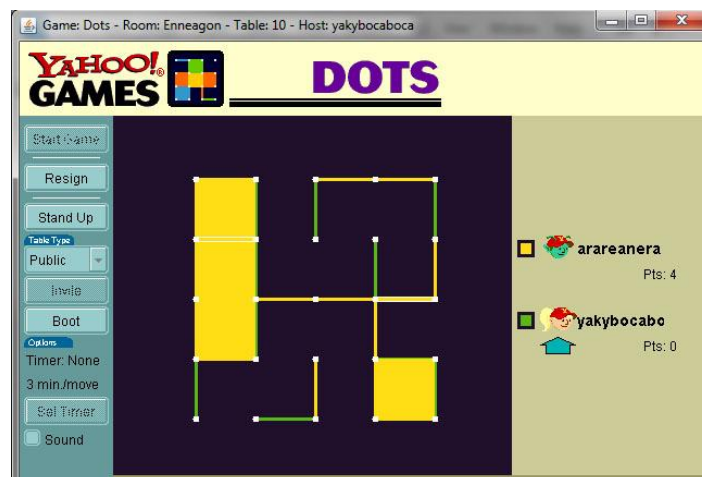
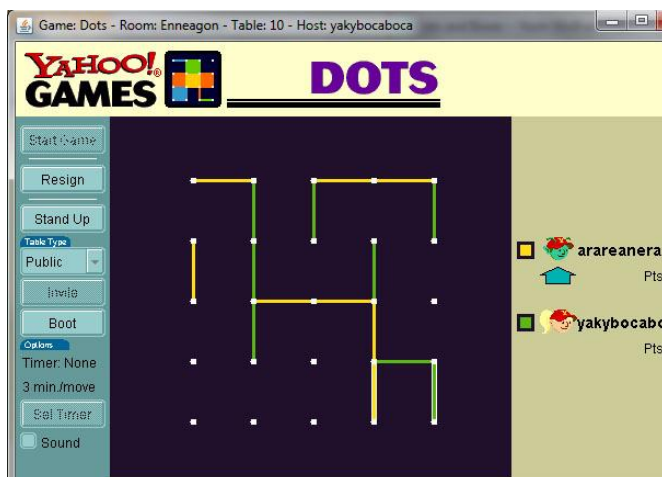
4] Judith e Markus Hohenwarter. *Spreadsheet View and Basic Statistics Concepts GeoGebra 3.2 Workshop Handout 9*

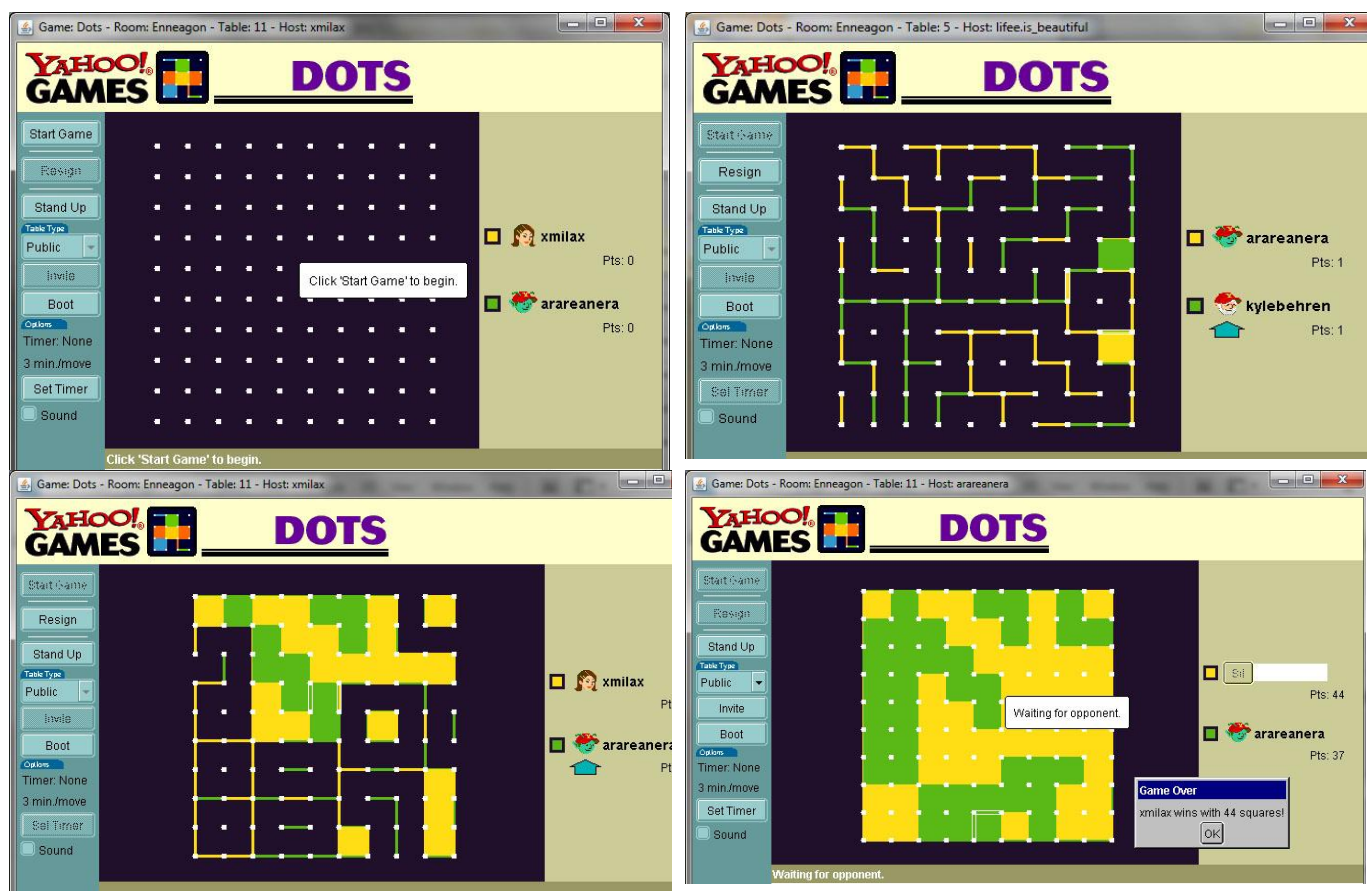
http://www.geogebra.org/workshop/en/09_GeoGebra_Spreadsheet_Statistics.zip



Fase 2 - Quali strategie sono vincenti?

La griglia di punti iniziale può essere formata anche 10x10, 20x20 e il gioco si complica un po'. Nel seguito vi proponiamo alcuni schemi di gioco tratti da una versione del gioco disponibile on line.





In questa fase gli alunni divisi in gruppi e utilizzando la scheda studente giocheranno su griglie di dimensioni via via maggiori e l'insegnante li solleciterà a esprimere per iscritto quali deduzioni sono a parer loro le più vincenti.

Per avere maggiori indicazioni sul gioco segnaliamo un articolo in inglese in rete di *analisi di strategie vincenti* (<http://mathworld.wolfram.com/DotsandBoxes.html>).

Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

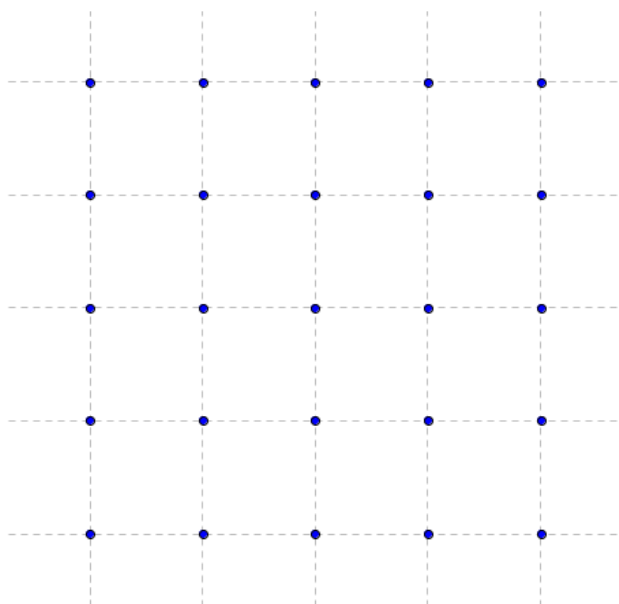
Attività 1 – Il gioco “Dots & boxes” e i punti nodo

Fase 1 – Le regole del gioco

Dots and Boxes (Punti e linee) è un gioco di carta e matita per due o più giocatori in cui, partendo da una griglia vuota i giocatori possono, a turno, inserire una linea orizzontale o verticale tra due punti non ancora collegati.

Quando uno dei due giocatori traccia il quarto lato del quadrato ottiene un punto e, per segnarlo, inserisce l'iniziale del suo nome (o un altro segno distintivo) all'interno di esso.

Una volta "chiuso" un quadrato, il turno rimane al giocatore che ha guadagnato il punto, che può così continuare a completare altri quadrati se gli è possibile, finché non tratterà una linea che non gli consentirà di ottenere un altro quadrato. La partita termina quando non è più possibile disegnare le linee all'interno dello schema e vince il giocatore che ha ottenuto più punti.

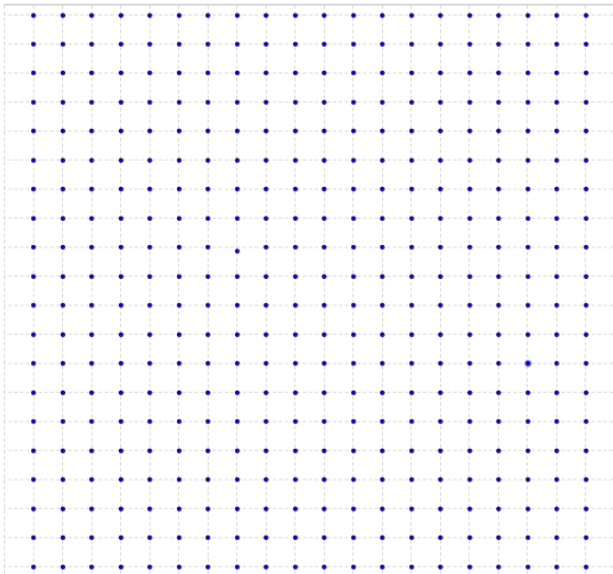
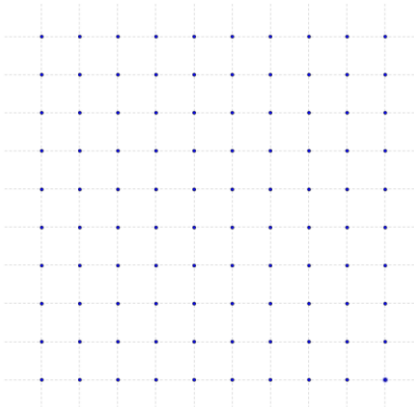


Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Attività 1 - Il gioco “Dots & boxes” e i punti nodo

Fase 2 – Quali strategie sono vincenti?

La griglia di punti iniziale può essere formata da 10x10 o 20x20 punti e il gioco si complica un po’.



Dopo aver giocato, discuti coi compagni del gruppo e scrivi cosa osservi relativamente a possibili strategie vincenti.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Attività 2 – La battaglia navale I sistemi di riferimento e le coordinate cartesiane

Indicazioni per il docente

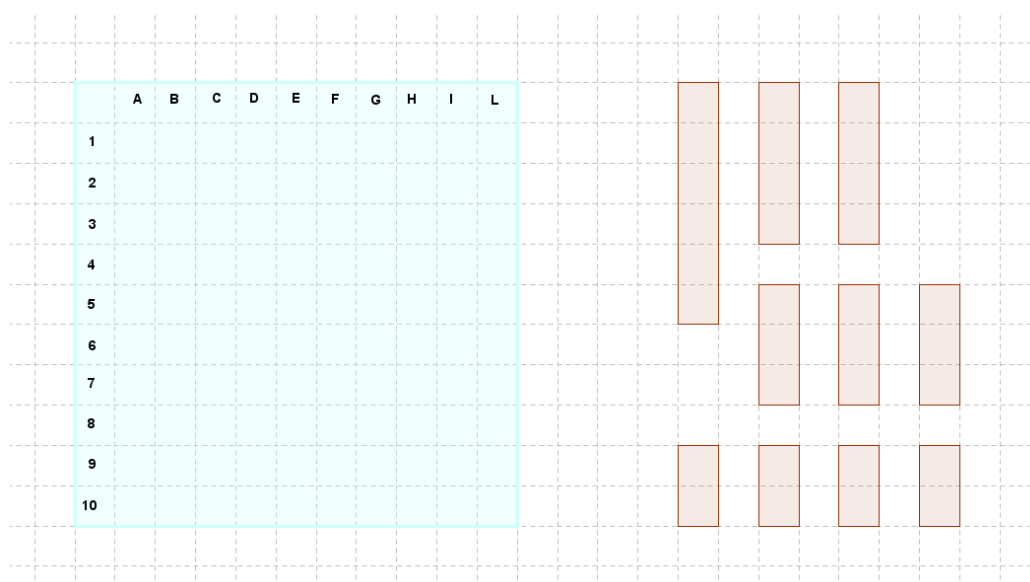
Tipologia: *attività laboratoriale con carte e penna e/o con l'uso di Geogebra e della lavagna interattiva multimediale*

Obiettivo didattico: lo scopo di questa attività è di introdurre i sistemi di riferimento passando dal gioco alla riflessione, dalla realtà alla sua schematizzazione, anche attraverso l'uso del Web e di alcune sue applicazioni che ne forniscono modelli virtuali e interattivi. Numerosi gli esercizi forniti su schede, atti a stimolare la collaborazione, la condivisione del sapere e la consapevolezza da parte degli allievi di comunicare con un linguaggio appropriato i loro procedimenti risolutivi.

Tempo: (2h - 1h di attività integrativa)

Fase 1 – Il gioco della battaglia navale

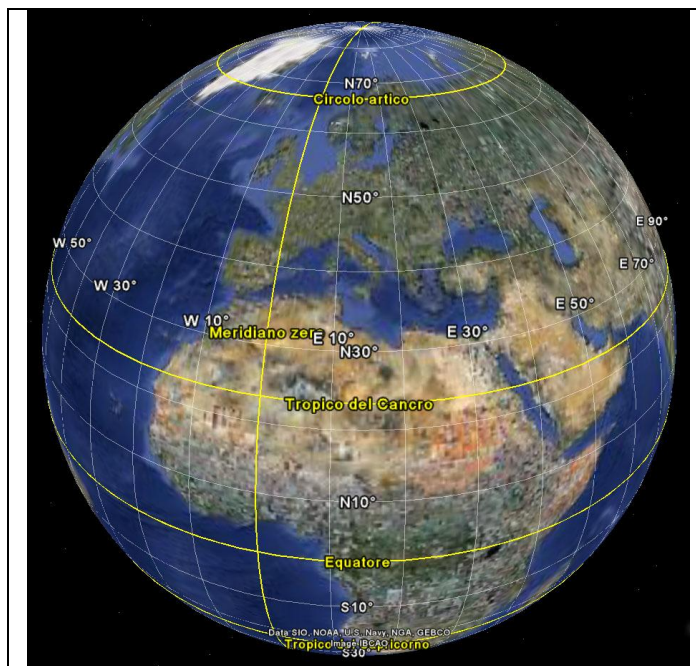
La figura sotto riportata è stata esportata dalla costruzione fatta con Geogebra. Tutti i file delle costruzioni di Geogebra utilizzati in questa attività sono fornite nel kit PQM.



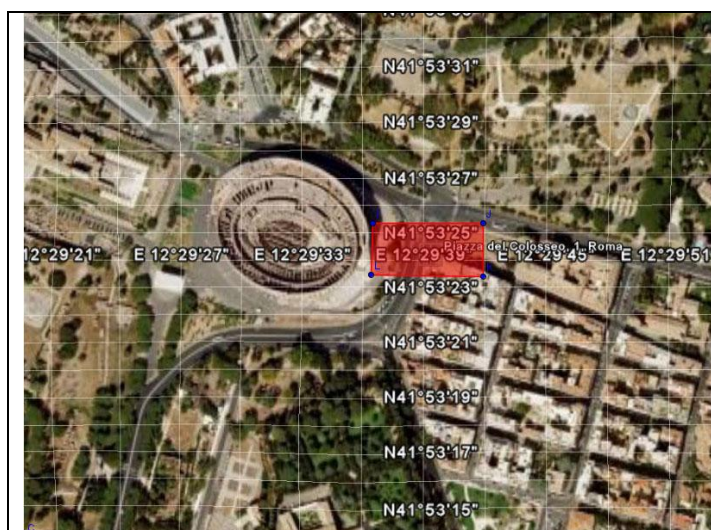
Gli allievi divisi in piccoli gruppi o in coppia giocano alla battaglia navale, ma subito dopo l'insegnante fornisce loro l'esercizio 1 dove una rilevazione di un sondaggio sui gusti dei ragazzi per la cioccolata, attua la stessa impostazione di righe e colonne e stimola gli allievi ad una lettura incrociata dei dati rilevati.

Si suggerisce, prima di procedere alla introduzione del quadrante piano, di svolgere una attività con la LIM che utilizzi le mappe interattive di Google Earth.

Come nel gioco della battaglia navale, se una nave è in difficoltà nell'oceano segnala la sua posizione attraverso due dati relativi al meridiano e al parallelo all'equatore più vicini.

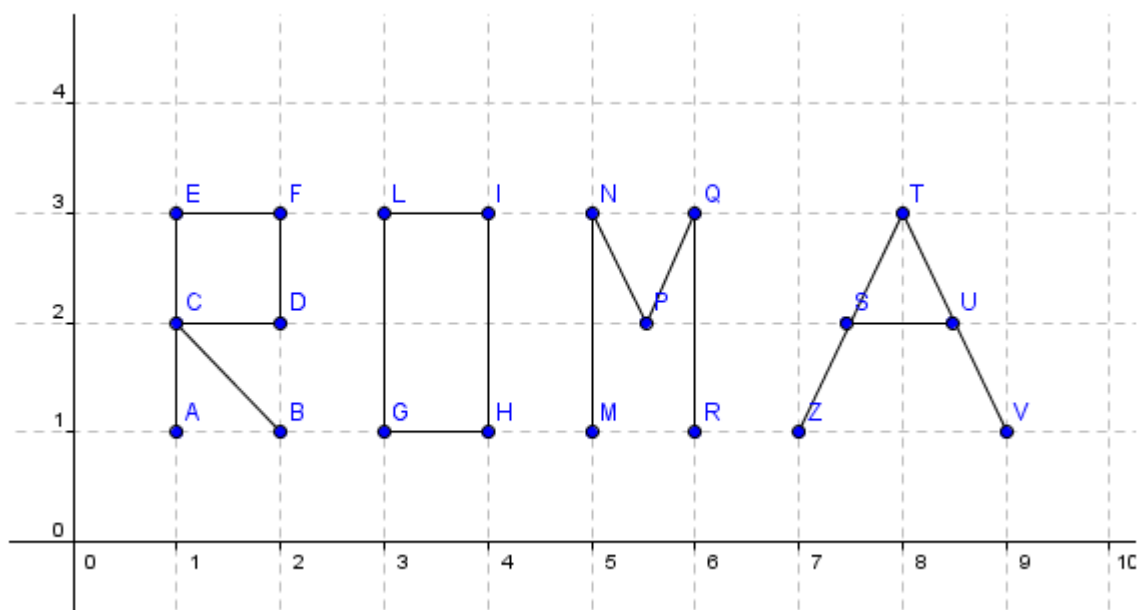


Nella scheda delle attività integrative, vengono fornite dettagliate indicazioni sul metodo di lettura dei riferimenti geografici terrestri, l'insegnante può illustrarli agli allievi utilizzando la LIM e svolgendo una lezione interattiva e di ricerca sul web che coinvolga tutta la classe.



Fase 2 – Coordinate in un quadrante piano

In questa fase sono proposti alcuni esercizi di tracciamento di punti nel quadrante piano tra cui nel seguito è riportato l'esito dell'esercizio 3.



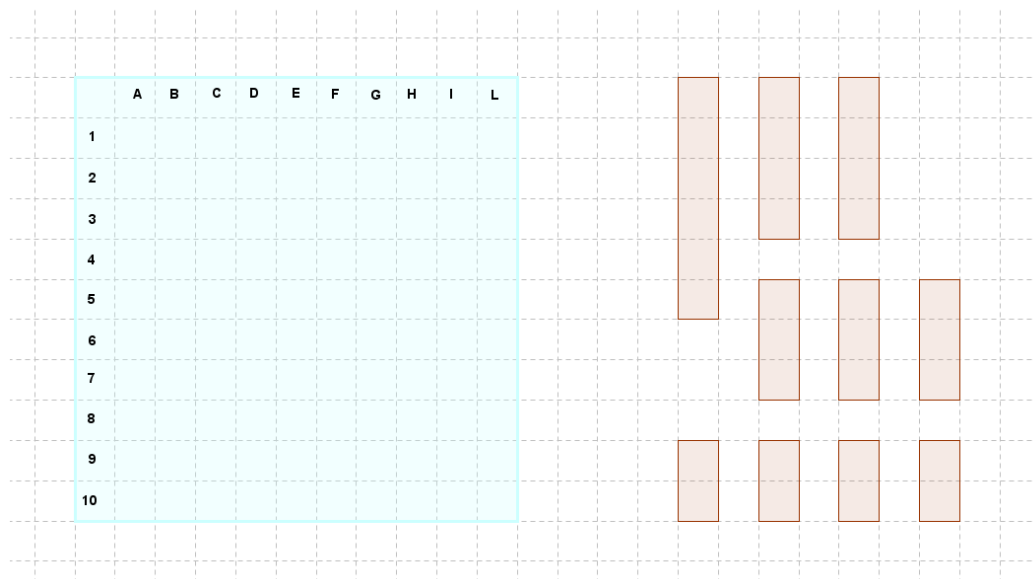
Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Attività 2 - La battaglia navale

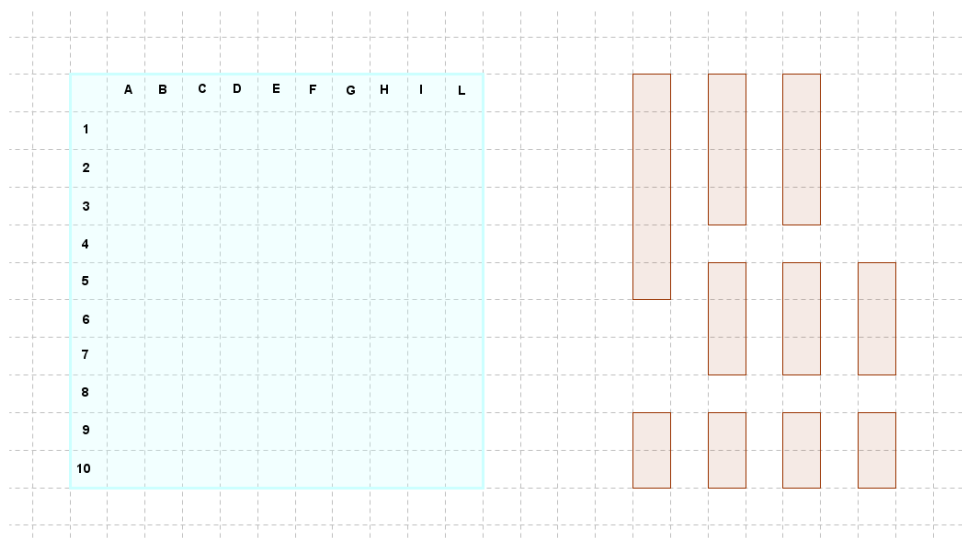
I sistemi di riferimento e le coordinate cartesiane

Fase 1 – Il gioco della battaglia navale

Ogni quadratino è individuato da due simboli, una lettera che indica la colonna e un numero che indica la riga. Disponi le tue navi (i rettangoli a destra) nel quadrato azzurro, quando anche il tuo avversario avrà finito di disporle sul suo foglio inizia a chiamare le coordinate cercando di individuare dove ha disposto le sue navi.

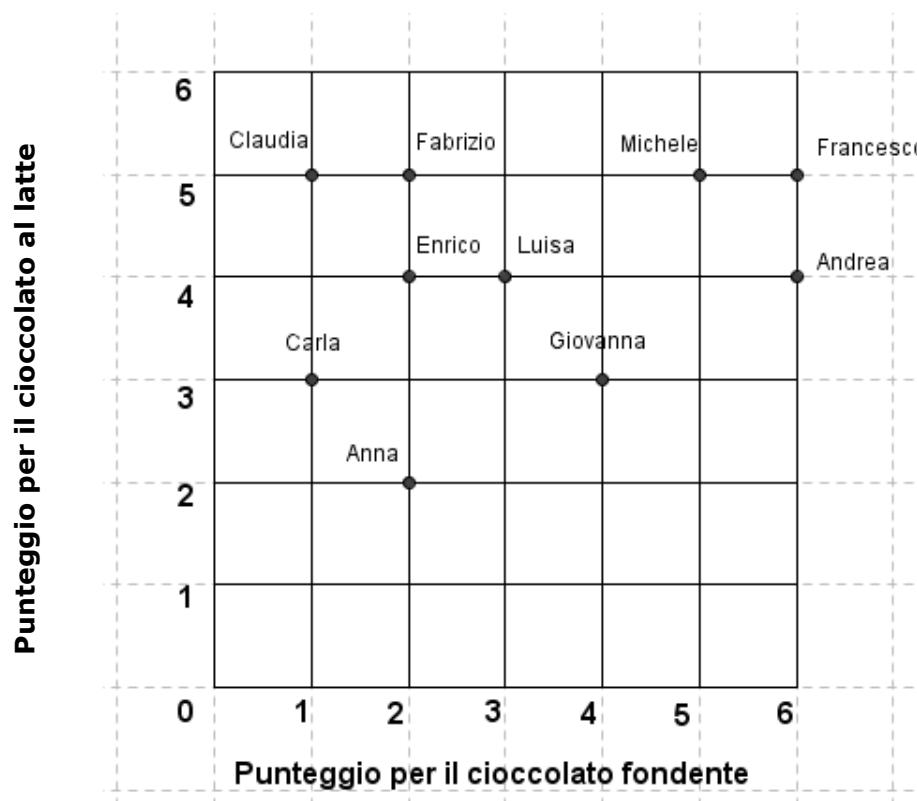


Lo schema del tuo avversario



Fase 2 – Dal gioco alla pratica

Esercizio 1 – Durante un sondaggio in una classe si sono riportati nel grafico seguente i punteggi sulle preferenze da 1 a 6 del tipo di cioccolato, ad esempio Enrico è posizionato in base al punteggio (fondente 2, latte 4)



Scrivi VERO o FALSO nello spazio dopo ciascuna di queste osservazioni.

Carla preferisce il cioccolato fondente rispetto a quello al latte. _____

Claudia preferisce il cioccolato al latte rispetto a quello fondente. _____

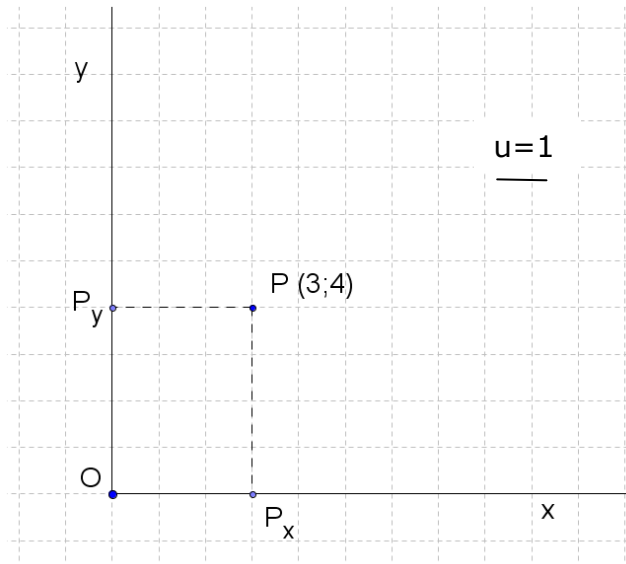
A metà degli alunni piace più il cioccolato al latte rispetto al quello fondente. _____

Per un alunno i due tipi di cioccolata sono indifferenti. _____

Fase 2 – Coordinate in un quadrante di piano

Disegniamo due semirette perpendicolari con la stessa origine O e le chiamiamo x e y . Le due semirette delimitano un quadrante del piano.

Disegniamo un punto P e da esso tracciamo la perpendicolare a x e la perpendicolare a y e otteniamo i punti P_x e P_y .

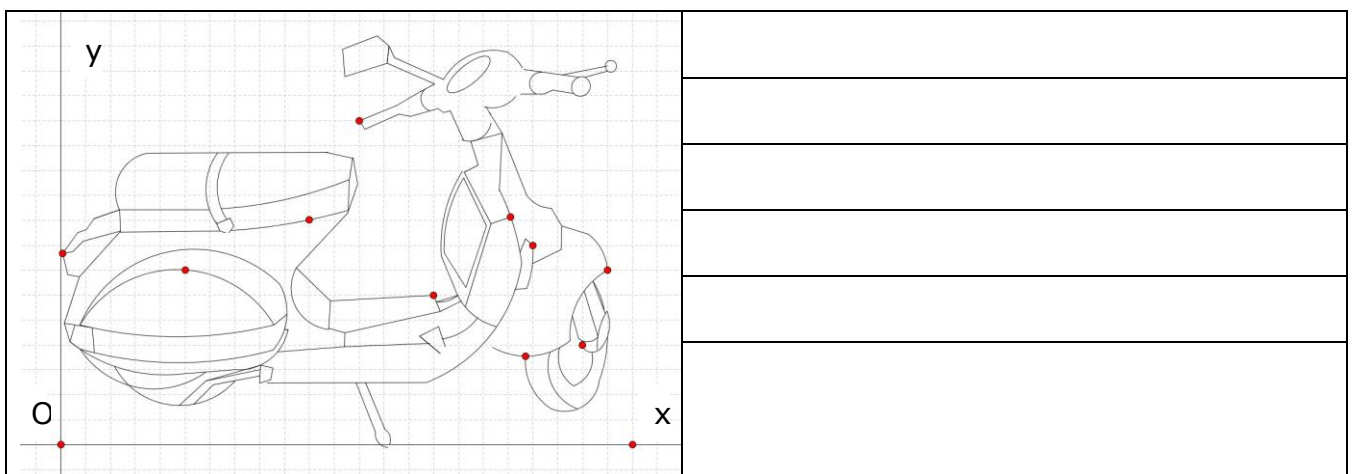


La distanza $OP_x = 3$ si chiama **ascissa** e la distanza $OP_y = 4$ si chiama **ordinata** di P .

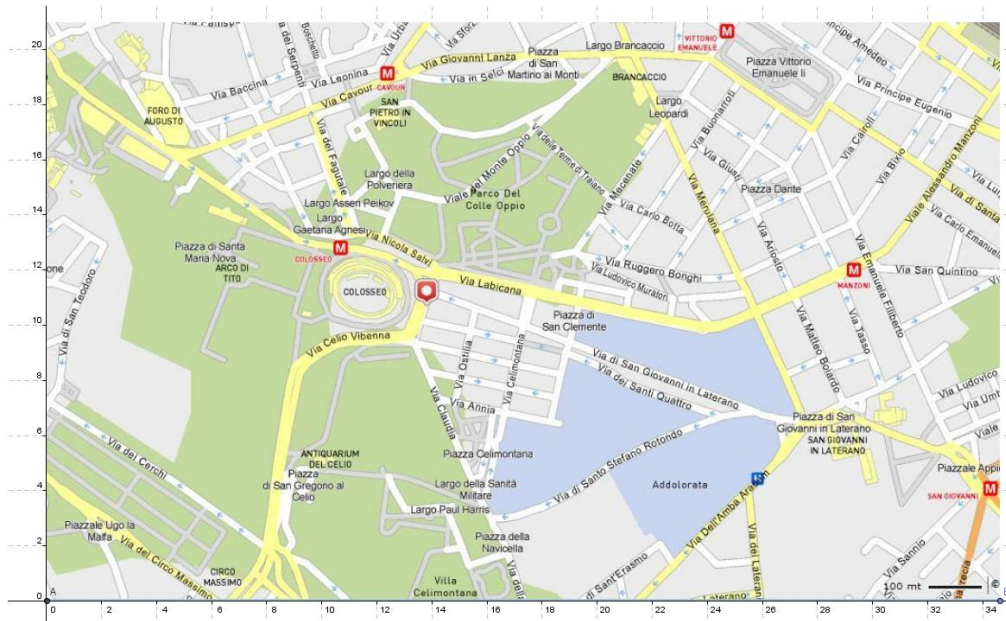
Allora, in definitiva per conoscere la posizione di P nel quadrante, bastano due numeri e si dice che **P ha coordinate (3,4)**.

Il punto con coordinate (4, 3) ha la stessa posizione? Traccialo sulla figura sopra riportata.

Esercizio - Trova le coordinate dei punti disegnati in figura, assumendo come unità di misura un lato del quadrato del foglio.



Esercizio 2 – Due amici decidono di incontrarsi a Roma nel punto della mappa A (13,8; 10,7) e di andare poi nel punto B(30 ; 12,7) per pranzare e poi andare a visitare il Foro di Augusto.



Dove si incontrano i due amici e in quale posto vanno? Quali sono le coordinate del foro di Augusto.

Esercizio 3 – Sul tuo quaderno a quadretti disegna un quadrante di piano, prendi come unità di misura un lato del quadretto della griglia e disegna i punti:

A(1;1) B(2;1) C(1;2) D(2;2) E (1; 3) F(2 ;3) G(3 ;1) H(4 ; 1) I (4; 3)
 L(3 ; 3) M(5 ; 1) N(5 ;3) P(5,5 ; 2) Q(6 ; 3) R(6;1) S(7,5;2) T(8; 3)
 U(8,5 ; 2) V(9 ; 1) Z(7;1).

Disegna i seguenti segmenti: AE,EF,FD,CD,BC,GH,HI,IL,LG,MN,NP,PQ,QR,TZ,TV,SU.

Cosa hai ottenuto?

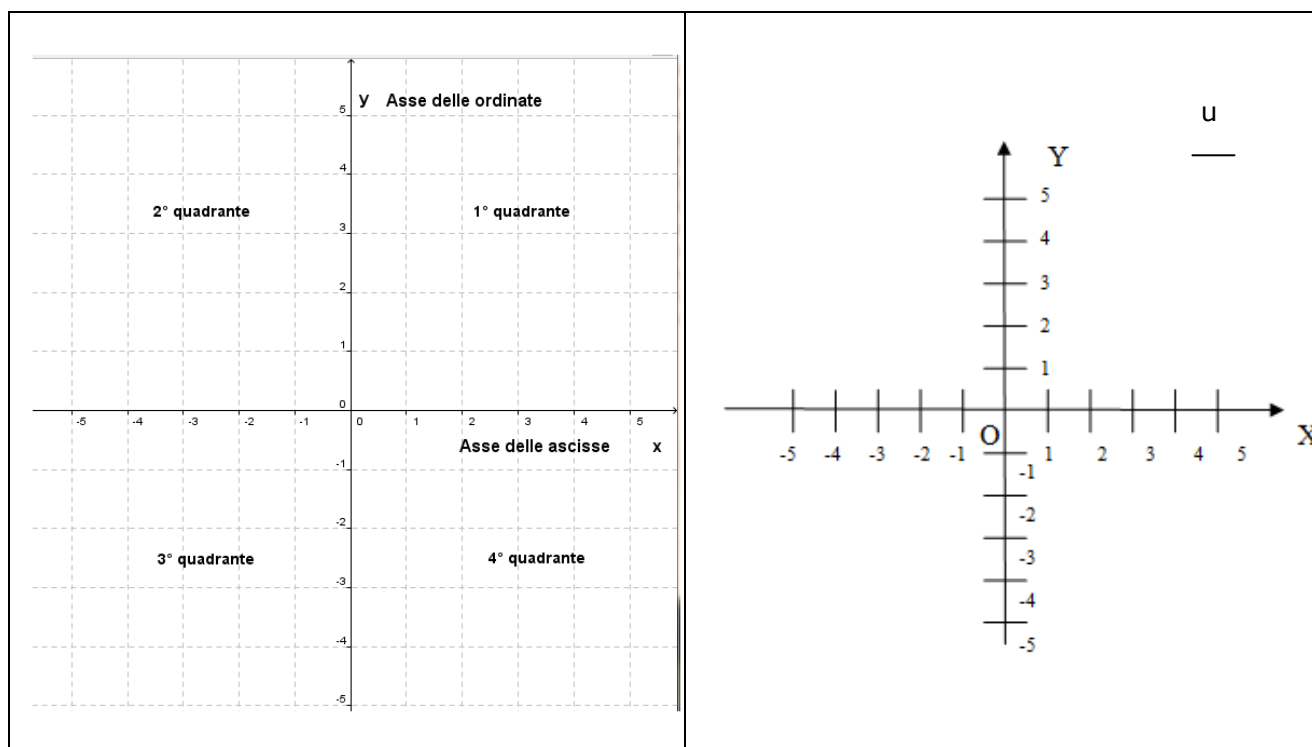


Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Attività 3
I riferimenti cartesiani
Rappresentare punti, figure e relazioni nel piano cartesiano

Fase 1 – Rappresentare punti

Abbiamo visto come si possono individuare i punti di un quadrante di piano mediante coppie ordinate di numeri. Con i numeri relativi possiamo estendere a tutto il piano lo stesso metodo.



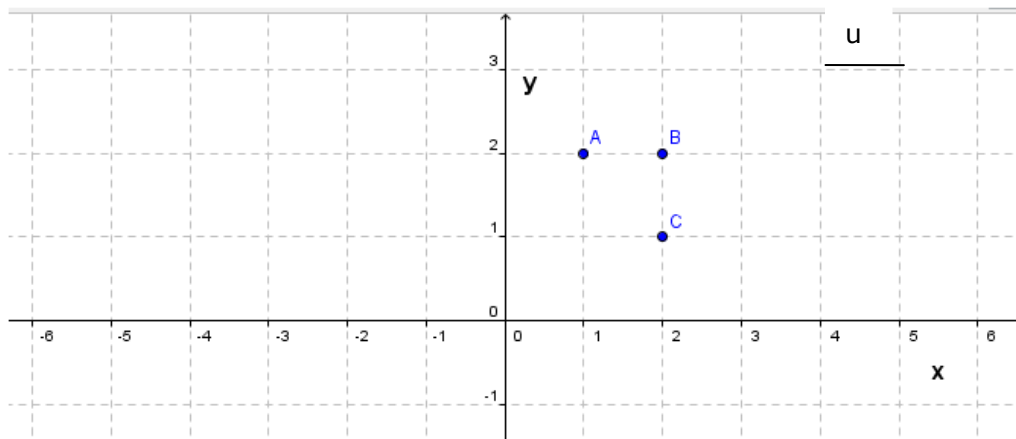
Abbiamo disegnato, come nella figura sopra a destra, sul piano due rette perpendicolari x e y e indicato con **O** il loro punto di intersezione.

La retta x si chiamerà asse della ascisse e quella delle y asse delle ordinate, il punto O si chiamerà origine delle coordinate.

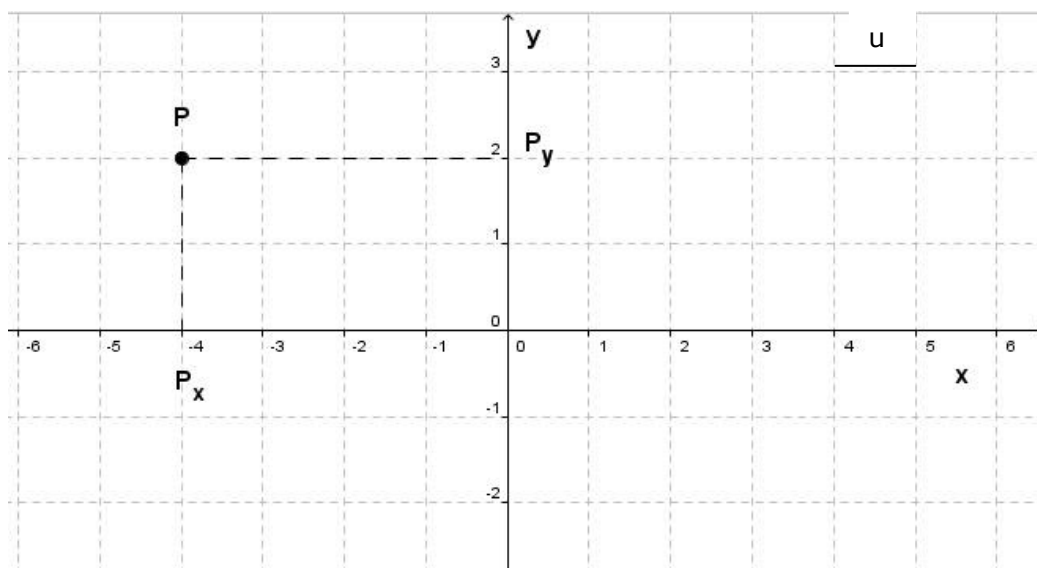
Fissiamo su ogni retta un verso di percorrenza (**orientazione**) e indichiamo, infine, come una **unità di misura delle lunghezze**, un lato u di un quadretto del foglio.

Le due rette x e y dividono il piano in quattro parti detti quadranti.

Esercizio 1 - Nella attività 2 abbiamo disegnato i punti del primo quadrante, sai riconoscere le coordinate dei punti A , B , C ? Disegna inoltre, i punti $D(4;3)$ e $E(1;3)$.



Consideriamo ora un punto P nel secondo quadrante come nella figura sotto riportata:



e con lo stesso procedimento svolto nel primo quadrante abbiamo disegnato le perpendicolari per P all'asse x e per P all'asse y, individuando i punti P_x e P_y .

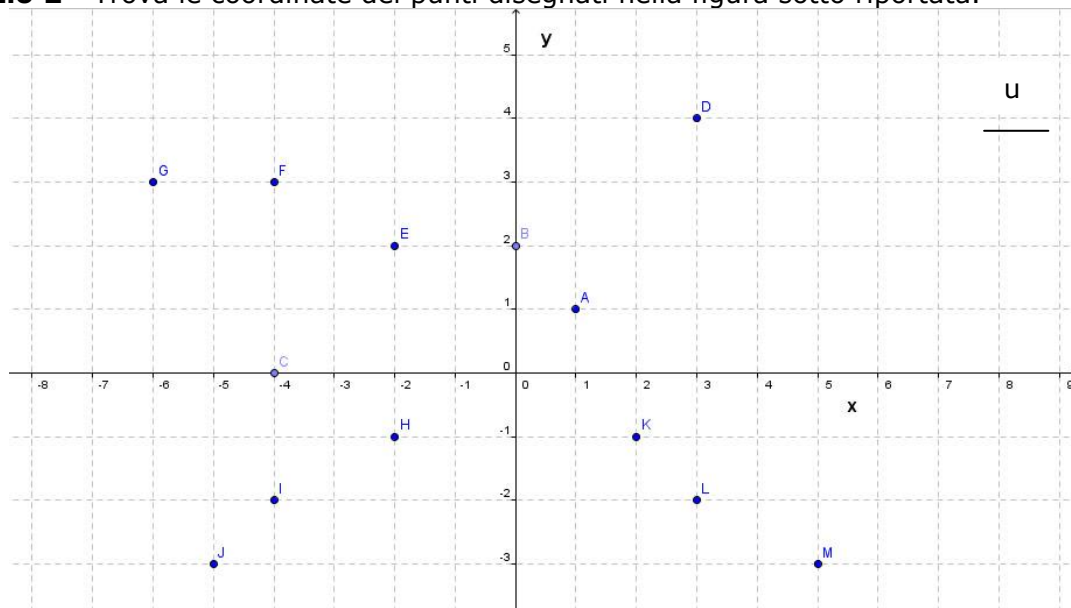
In questo caso, al punto P_x è associato il numero -4 poiché $OP_x = 3u$ e P_x precede O nel verso fissato su x. Al punto P_y è associato il numero +2 poiché $OP_y = 2u$ e P_y segue O nel verso fissato su y.

Abbiamo individuato la coppia ordinata $(-4; 2)$ che chiamiamo, come già visto nell'attività 2, **coordinate di P**.

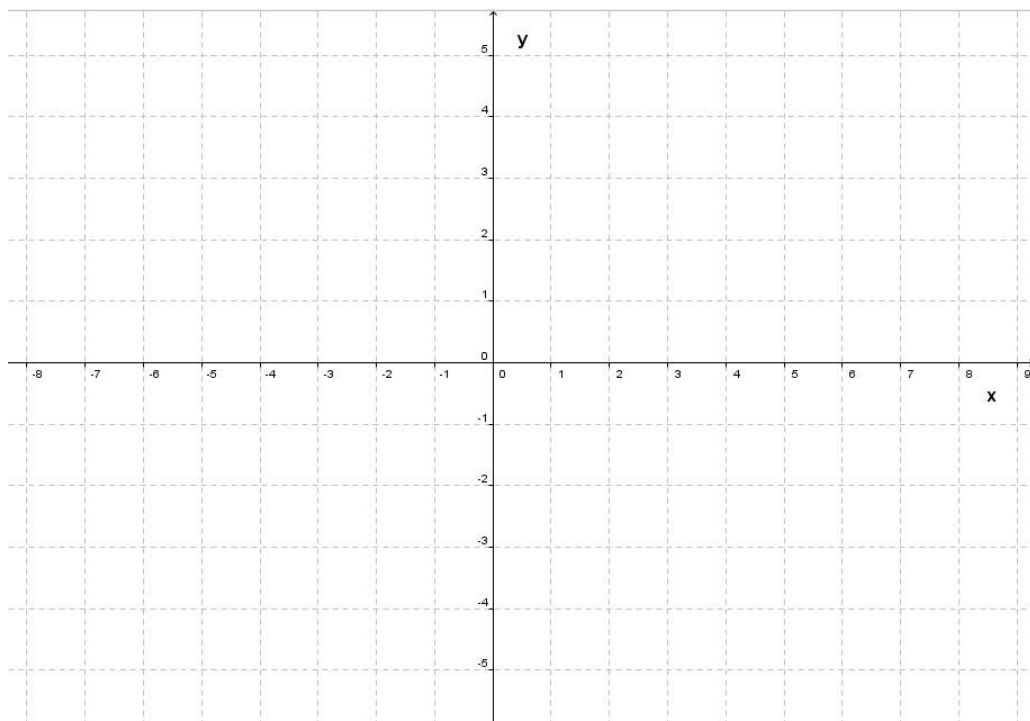
Allo stesso modo si procede per determinare le coordinate di un qualunque punto dei restanti quadranti.

Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Esercizio 2 - Trova le coordinate dei punti disegnati nella figura sotto riportata.



Esercizio 3 - Disegna i punti $A(-2,3)$, $B\left(5,-\frac{1}{2}\right)$, $C(0,4)$, $D\left(-5,4;-\frac{8}{3}\right)$, $E\left(-\frac{1}{3},4\right)$, $F(-3,-5)$, $G(4,0)$, $H(-4,1)$, $I(5,5)$, $J(-7,3)$, $K(0,0)$, $L(4,-4)$.



Osserva e rispondi – Dopo aver svolto gli esercizi 2 e 3, rispondi alle seguenti domande:

1) I punti del terzo quadrante cosa hanno in comune?

2) I punti del quarto quadrante cosa hanno in comune?

3) I punti sull'asse x cosa hanno in comune?

4) I punti dell'asse y cosa hanno in comune?

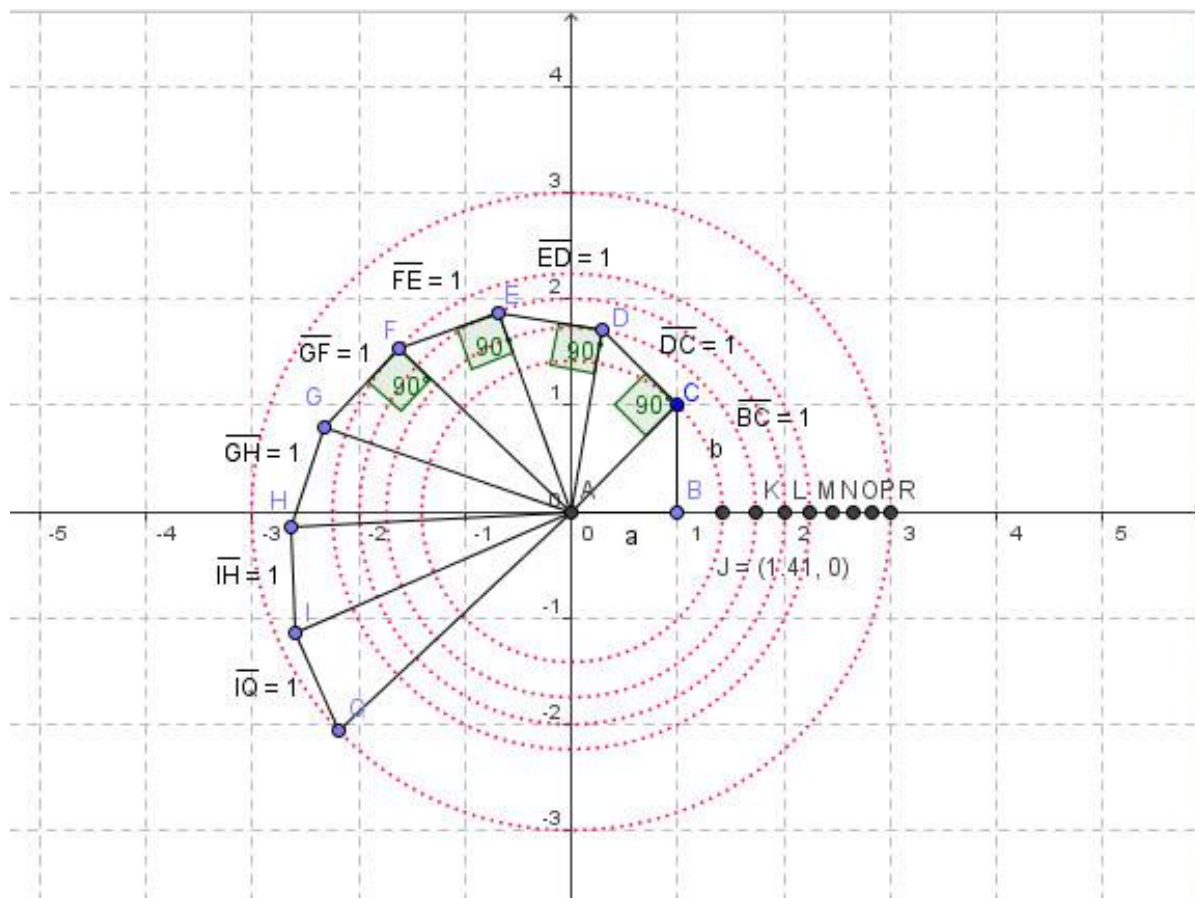
5) Hai trovato difficoltà nel disegnare i punti B, D, E con coordinate razionali?

Equazioni degli assi – Nell'esercizio 2 abbiamo osservato che tutti i punti dell'asse x hanno ordinata zero e tutti quelli dell'asse y hanno ascissa 0. Pertanto:

L'equazione dell'asse x è $y=0$

L'equazione dell'asse y è $x=0$

La chiocciola Pitagorica e i numeri reali sul piano cartesiano



Fu Teodoro di Cirene intorno al 465 a. C., matematico della scuola di Pitagora, che scoprì un metodo per costruire geometricamente la radice quadrata dei primi numeri naturali, la cosiddetta spirale di Teodoro.

Il procedimento per costruirla è semplice: si costruisce un triangolo ABC rettangolo di cateti 1 e 1, sull'ipotenusa AC (che è $\sqrt{2}$) si costruisce un altro triangolo rettangolo che ha per cateto maggiore $\sqrt{2}$ e per cateto minore 1, e quindi la sua ipotenusa misurerà $\sqrt{3}$. Il procedimento si può applicare all'infinito.

Nella figura sopra riportata, utilizzando Geogebra abbiamo costruito sino a $\sqrt{9}$ e, utilizzando delle circonferenze di centro O e aventi per raggio le ipotenuse, abbiamo riportato le radici quadrate sull'asse x.

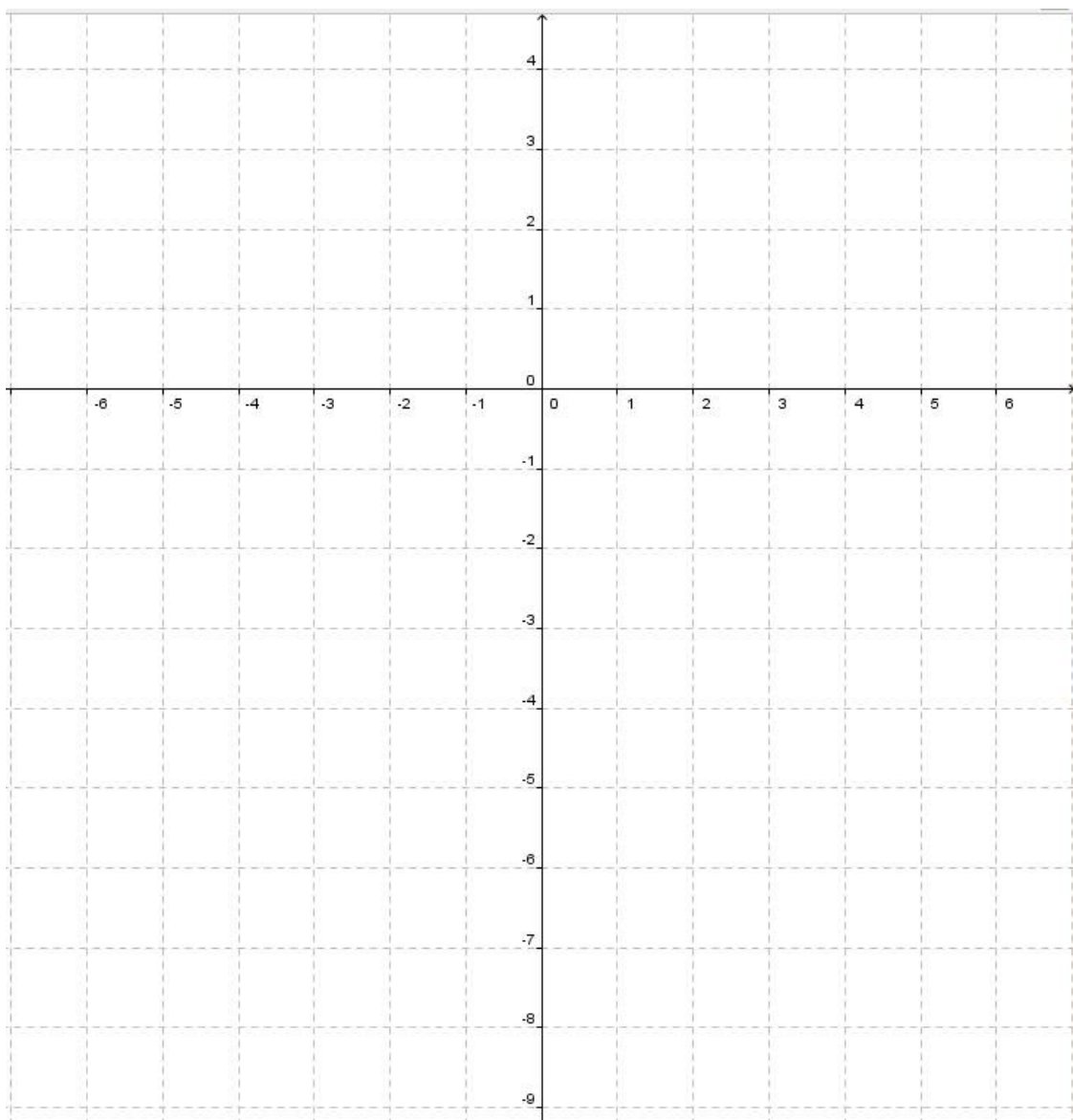
Quali sono le coordinate dei punti K, L, M, N, O, P, Q, R?

Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Fase 2 – Rappresentare figure

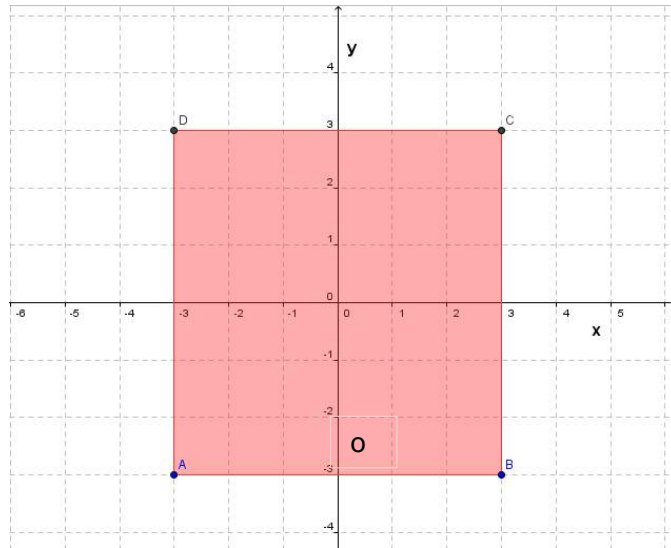
Esercizio 4 - Data una successione di punti, attraverso le loro coordinate, è possibile disegnare una figura. Disegna i punti: A(0,-8), B(1,8;-2,5), C(0,7;-2), D(-1,7;-2,8), E(-3,2;-2,1), F(-4,0), G(-2,4; 2,3), H(1,1;1), I(2,8;1,2), J(4,-1), K(3,4;-2), L(0,3;3).

Disegna i segmenti AB, BC, CD e DA e unisci con degli archi DE, EF, FG, GH, HI, IJ, JK, KB, e infine CL e LH. Cosa ottieni?



Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Esercizio 5 – Osserva il quadrato disegnato su un piano cartesiano e individua le coordinate dei suoi vertici.



I punti A e B sono simmetrici rispetto all'asse y.
 I punti A e D sono simmetrici rispetto all'asse x.
 I punti A e C sono simmetrici rispetto all'origine O.

Esercizio 6 – Osserva il rettangolo ABCD, individua le coordinate dei suoi vertici e traccia il suo simmetrico rispetto all'asse y.



Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Esercizio 7 – Nel primo quadrante sono rappresentati due punti $A(2,2)$ e $B(5,2)$, quali devono essere le coordinate del punto C in modo che il triangolo ABC sia rettangolo?

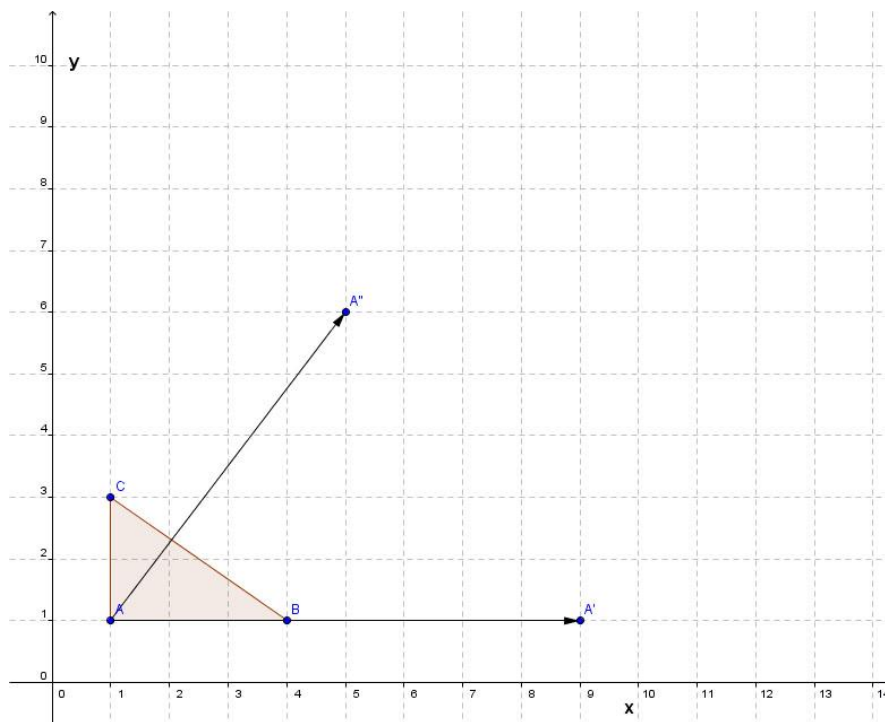
Esercizio 8 – Nel piano cartesiano sono rappresentati tre punti $A(-4,-2)$ e $B(1,-2)$, $C(3,3)$, quali devono essere le coordinate del punto D in modo che $ABCD$ sia un parallelogramma?

Esercizio 9 – Nel primo quadrante sono rappresentati due punti $A(2,3)$ e $B(6,3)$, quali devono essere le coordinate del punto C in modo che il triangolo ABC sia isoscele?

Esercizio 10 – Nel piano cartesiano sono rappresentati quattro punti $A(-3,-3)$ e $B(0,-3)$, $C(0,0)$, $D(-3,0)$, quali devono essere le coordinate del triangolo di vertice A con area doppia di quella del quadrato $ABCD$?

Esercizio 11 – Nel piano cartesiano è rappresentato un triangolo di vertici $A(-3,0)$ e $B(3,0)$, $C(0,0)$, $D(0,2)$, quali devono essere le coordinate dei vertici del rettangolo di base AB con area doppia di quella del triangolo ABC ?

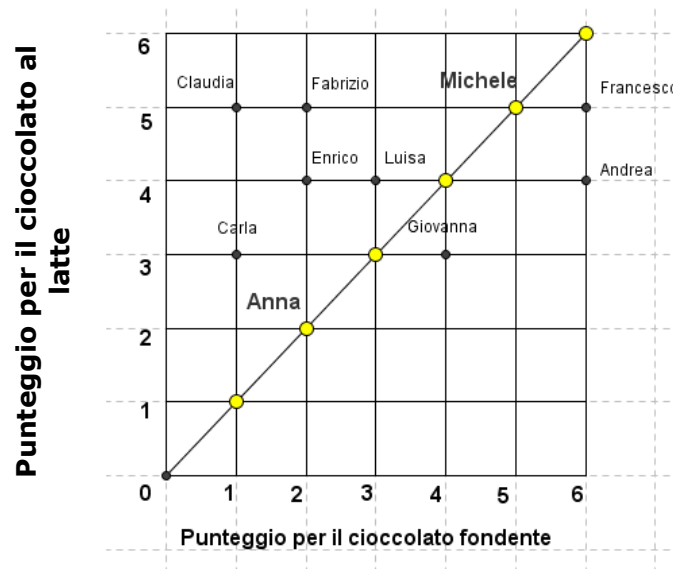
Esercizio 12 – Osserva il triangolo ABC , esso viene traslato in modo che il vertice A si trovi in A' , individua le coordinate dei vertici B' e C' del triangolo traslato. Quali le coordinate dei vertici se il vertice A viene traslato in A'' .



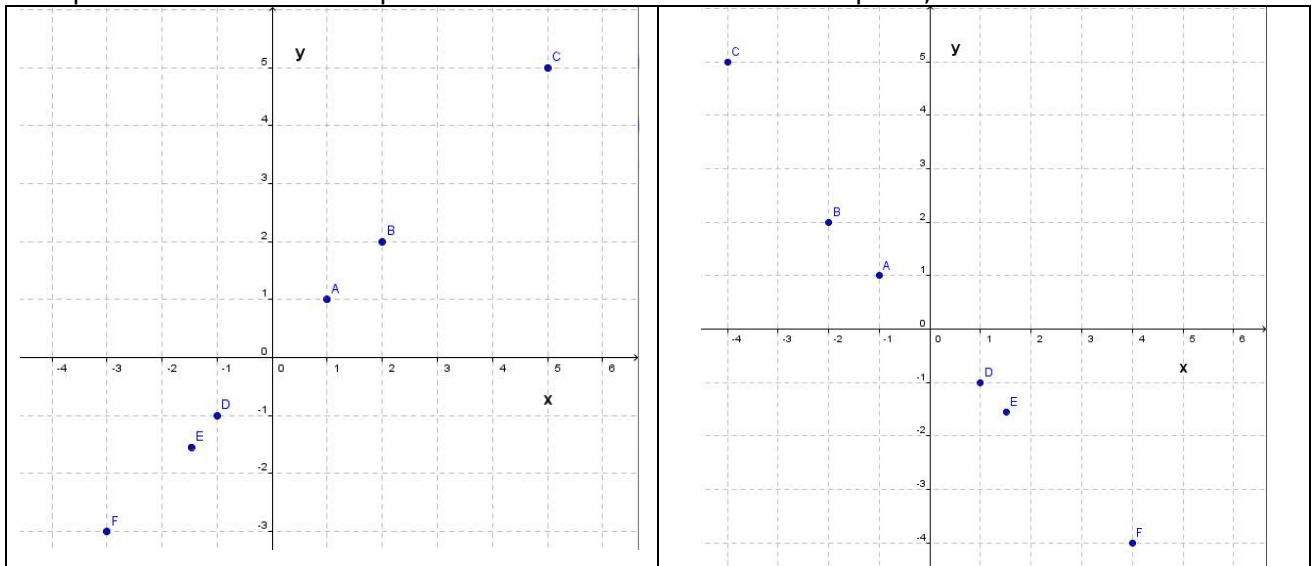
Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Fase 3 - Relazioni nel piano cartesiano

Equazioni delle bisettrici dei quadranti - Nell'esercizio 1 della attività 2 sulle preferenze degli alunni di una classe tra il cioccolato al latte e quello fondente, se uniamo i punti degli alunni a cui piace indifferentemente l'uno e l'altro otteniamo una serie di **punti di indifferenza**.



Nei piani cartesiani sotto riportati determina le coordinate dei punti, osserva e deduci.



In quello a sinistra _____

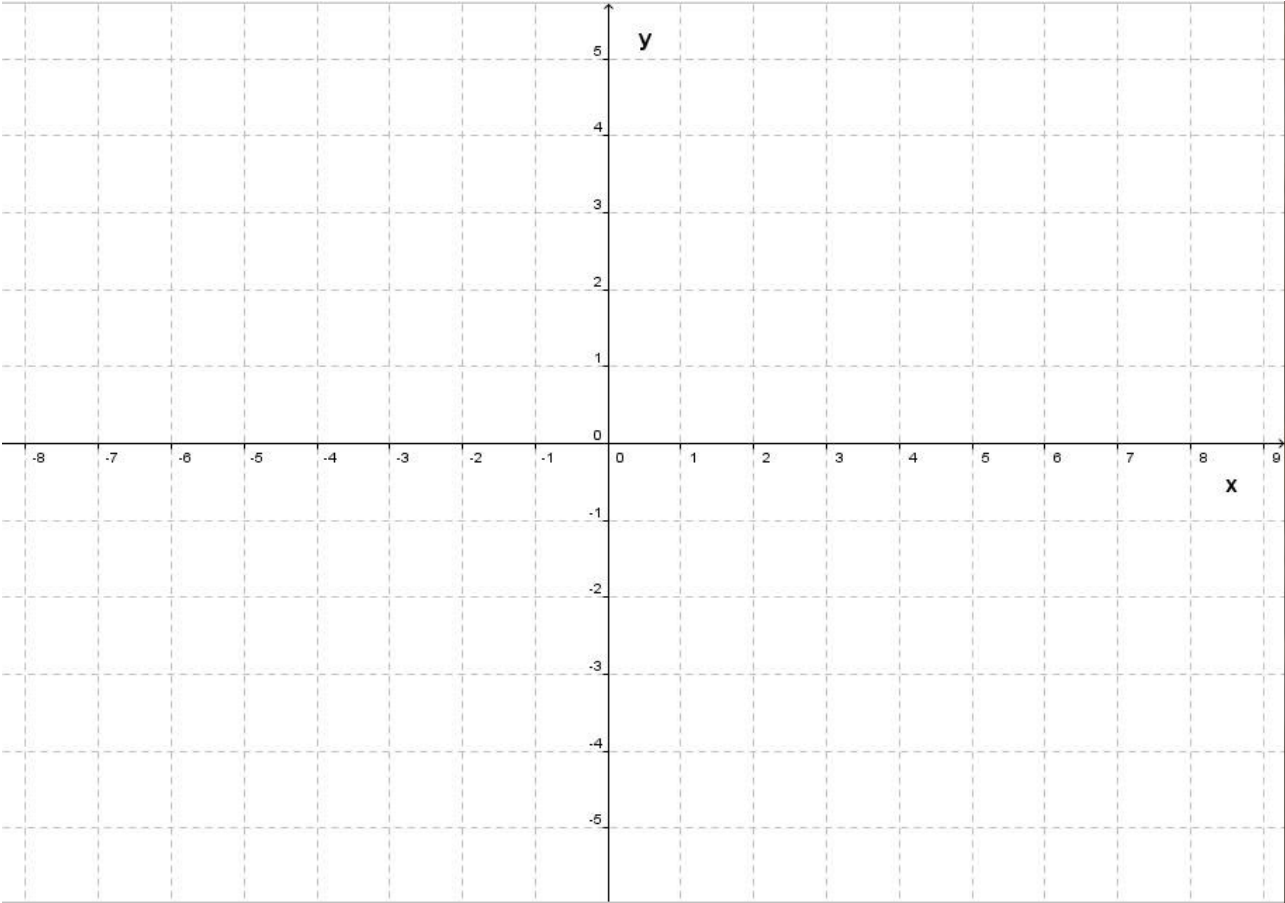
In quello a destra _____

Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Equazioni delle rette per l'origine

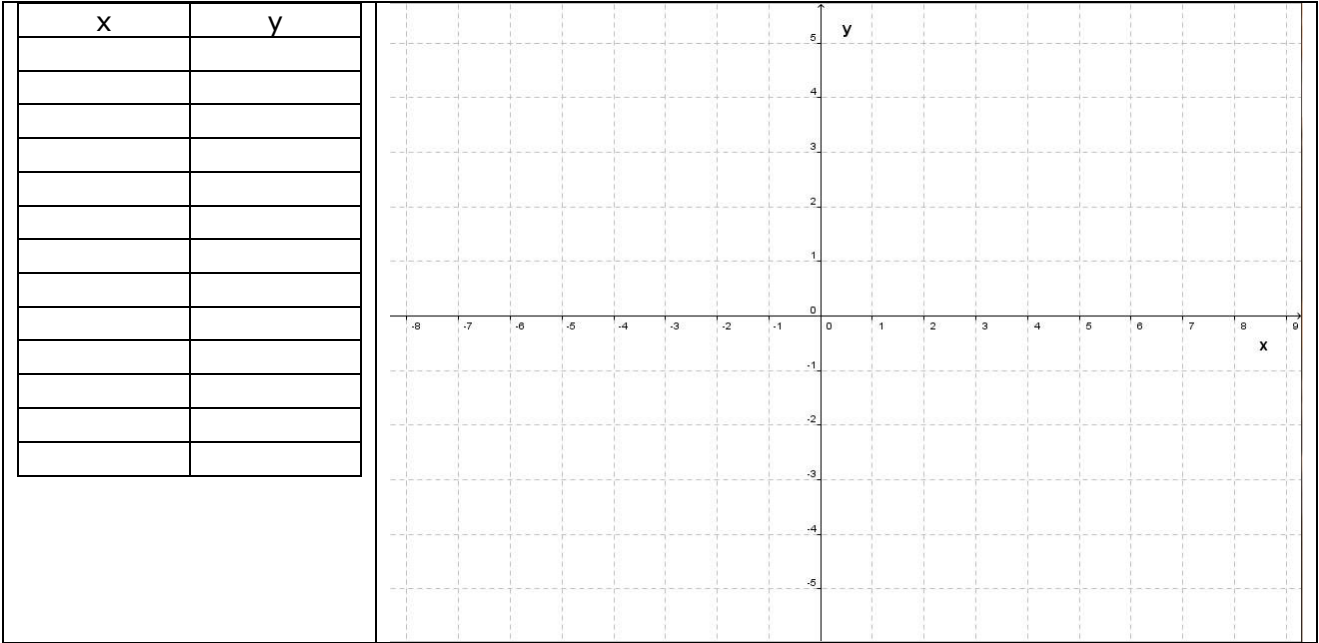
L'equazione di una retta per O è $y=ax$ con a numero reale con $a=\frac{1}{2};2;3;-2$

x	y		x	y		x	y		x	y

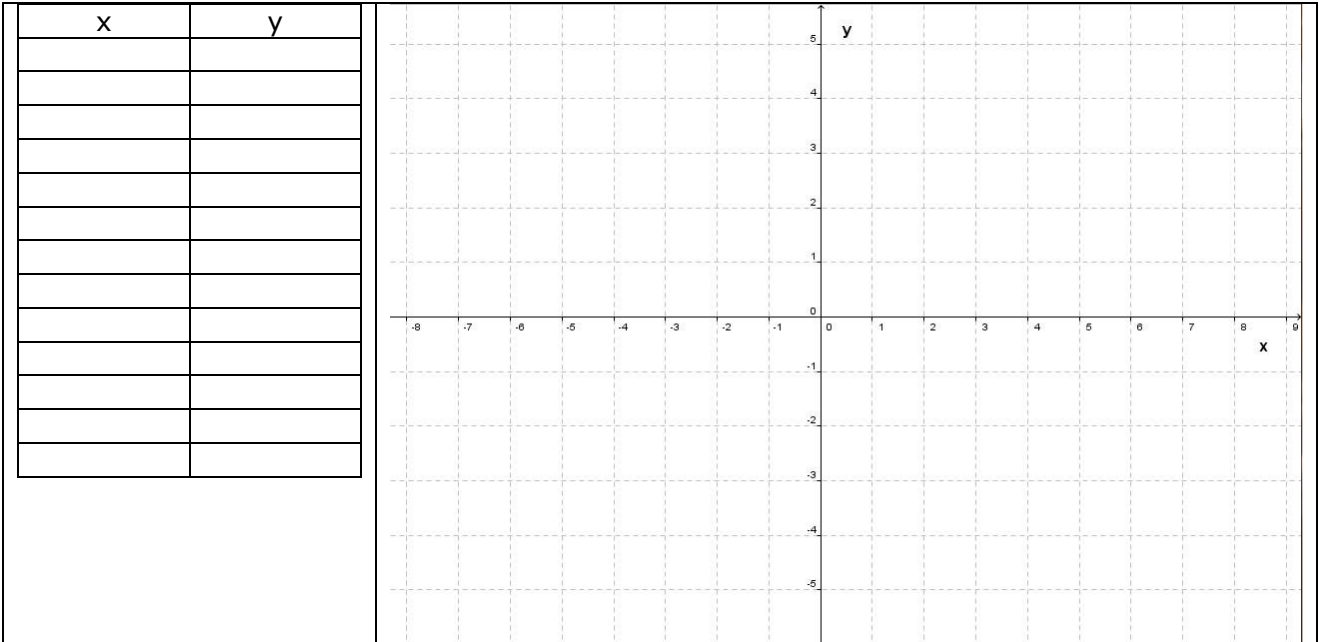


Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

Rappresentazione grafica della relazione tra lato e area del quadrato

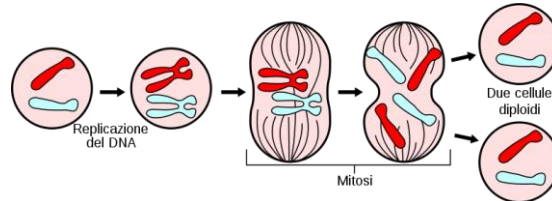


Rappresentazione grafica della relazione tra lato e area di un rettangolo



Scheda studente		
Cognome	Nome	classe

La mitosi - Rappresentazione grafica delle fasi della riproduzione cellulare.

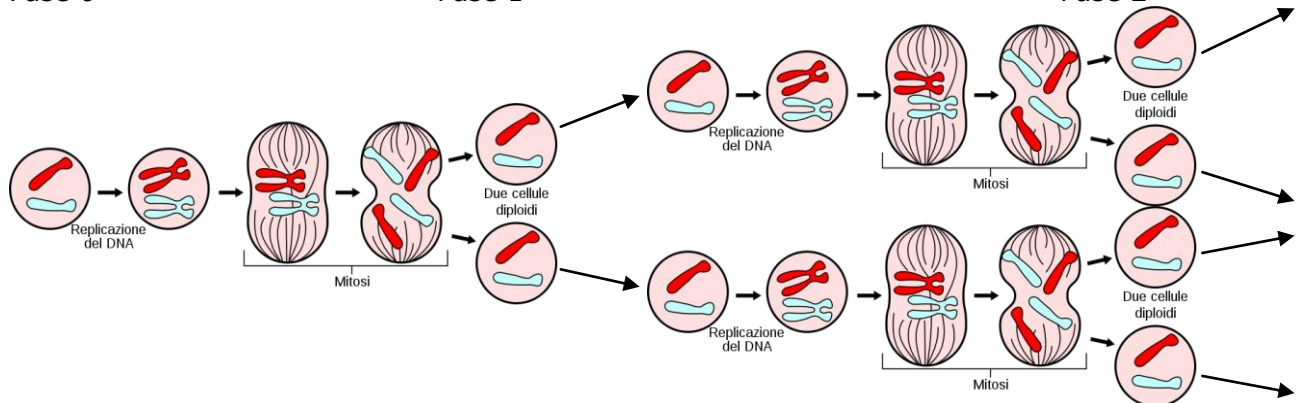


La mitosi è la riproduzione per divisione di una cellula.

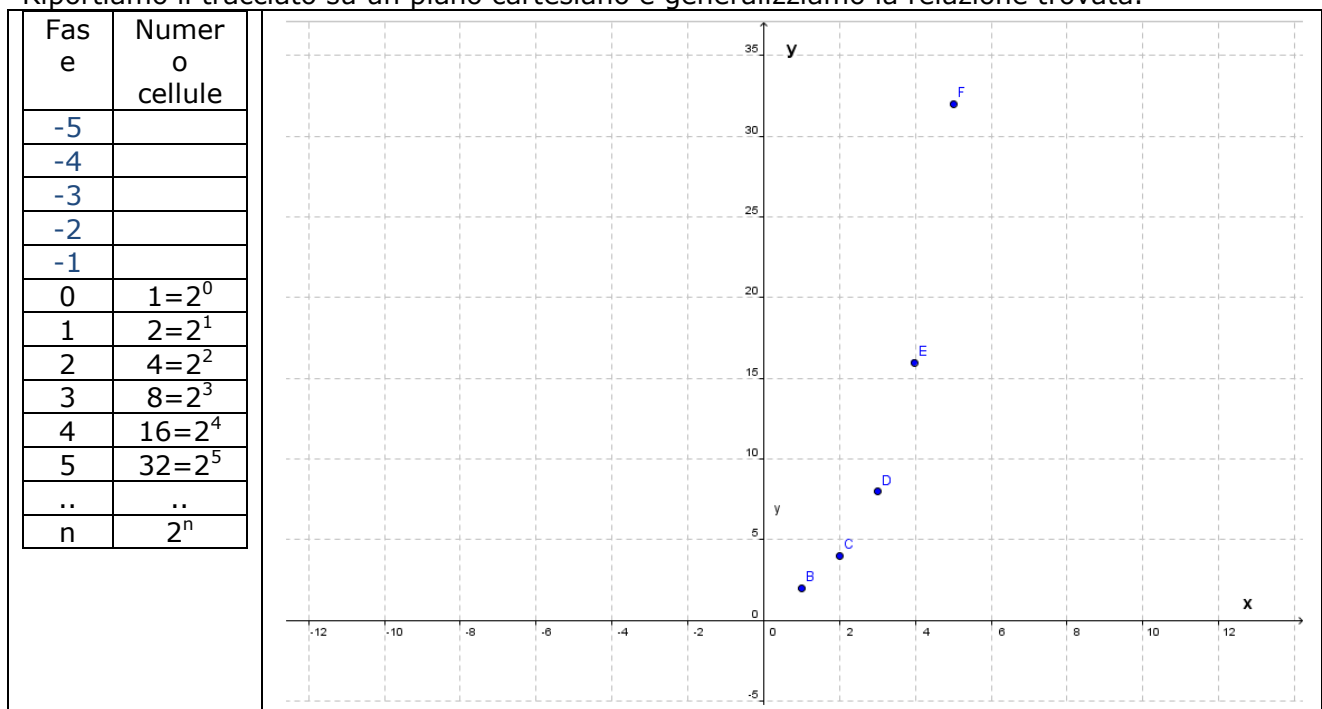
Fase 0

Fase 1

Fase 2



Riportiamo il tracciato su un piano cartesiano e generalizziamo la relazione trovata.



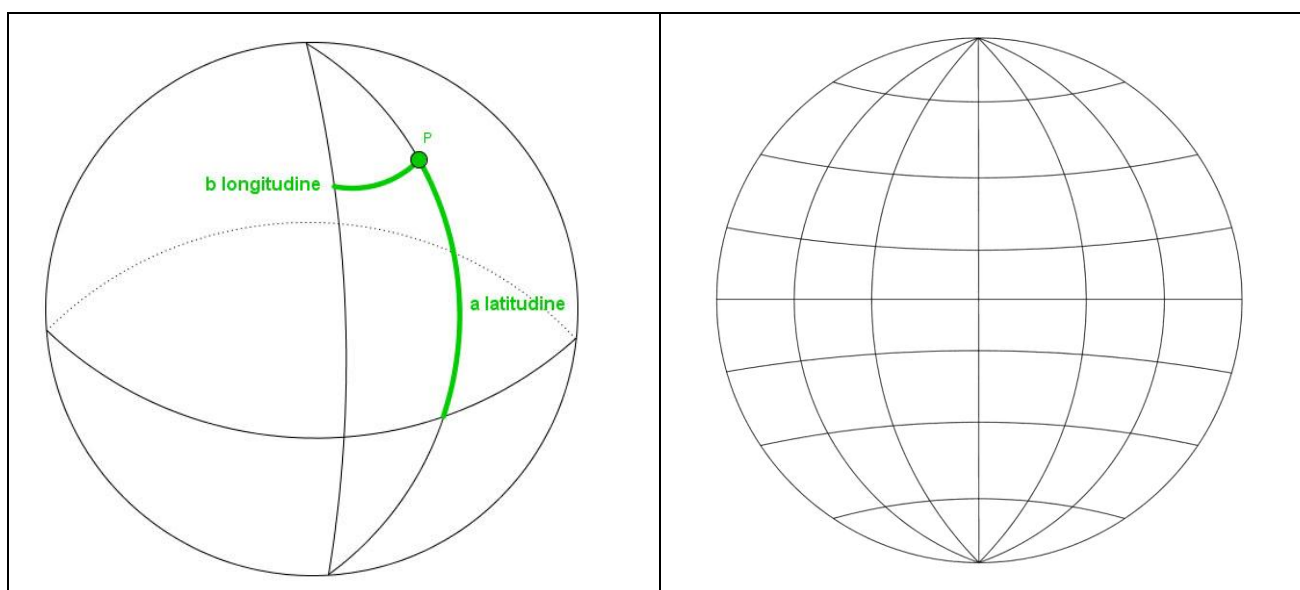
Scheda Attività integrative

I riferimenti geografici

Si consiglia di svolgere questa attività integrativa della Attività 2, utilizzando, se possibile, una lavagna interattiva multimediale, o un videoproiettore connesso a un personal computer collegato a Internet.

Come nel gioco della battaglia navale, nella realtà se una nave è in difficoltà nell'oceano segnala la sua posizione attraverso due dati relativi al meridiano e al parallelo all'equatore, più vicini. In particolare, come indicato nella figura sottostante, se sono date:

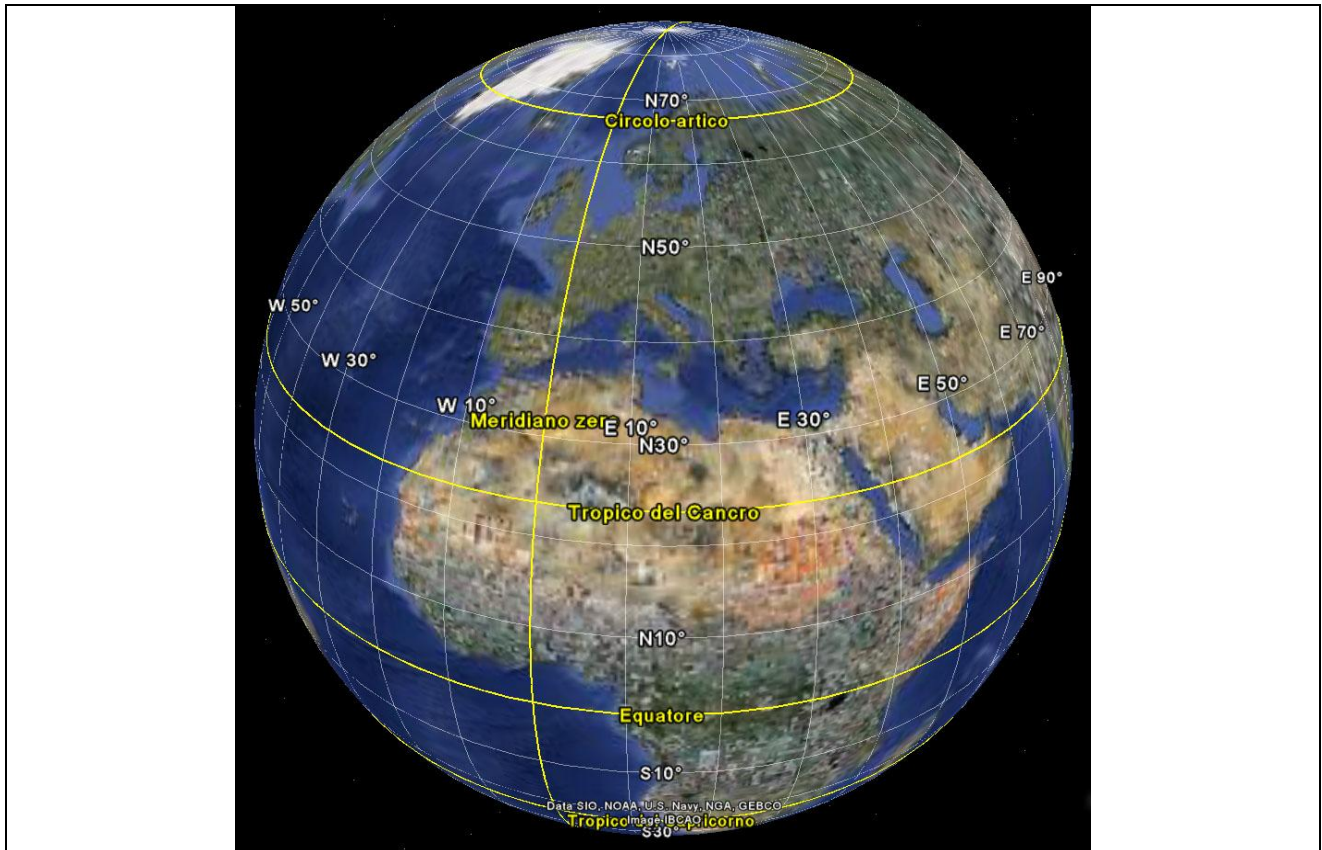
- la sua latitudine – la sua distanza angolare a dall'equatore
- la sua longitudine – la sua distanza angolare b dal meridiano passante per la cittadina inglese di Greenwich – vicino Londra.



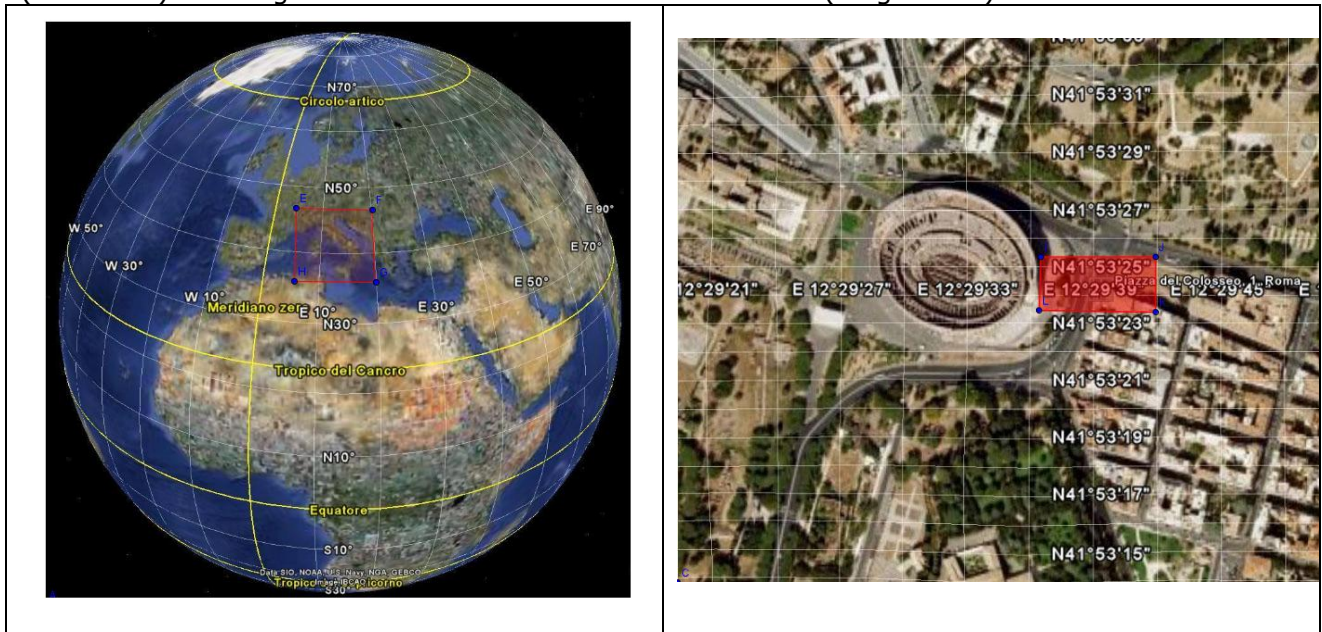
Il sistema di riferimento utilizzato sulla terra è quello costituito dal reticolato di meridiani (360) e paralleli (180 includendo i due paralleli ai poli ridotti a un punto) e dalla loro posizione rispetto all'equatore e al meridiano 0 di Greenwich.

Il software liberamente fruibile Google Earth, una volta scaricato e installato sul PC presenta nella prima schermata il reticolato di meridiani e paralleli con i relativi gradi di riferimento:

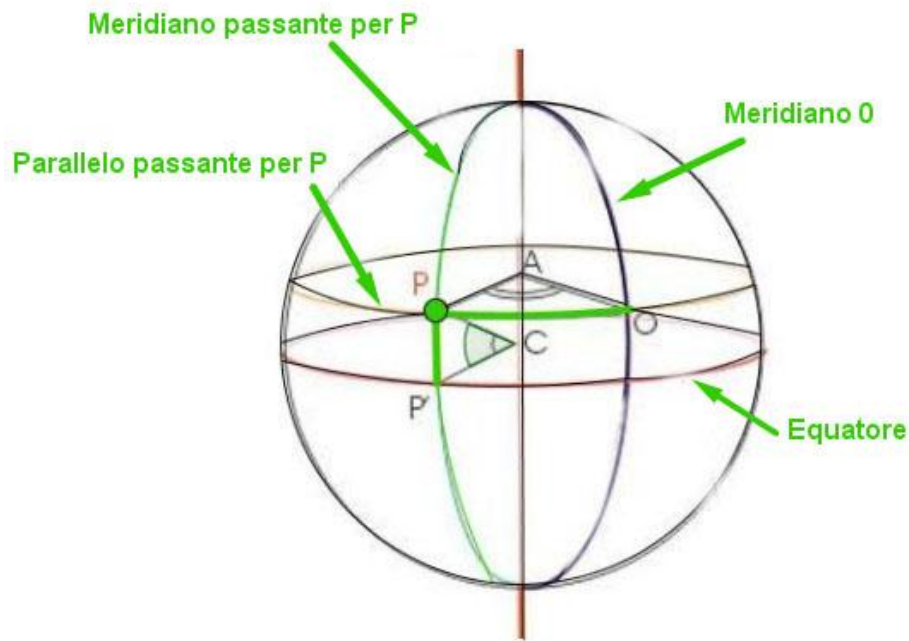
- per la latitudine essi variano da $+90^\circ$ (N 90° polo nord) a -90° (S 90° polo sud). I punti lungo l'equatore hanno latitudine 0° ;
- per la longitudine da 0° (per i punti che si trovano lungo il meridiano fondamentale) a 180° , in senso positivo verso EST e negativo verso OVEST (WEST).



Avviato Google Earth, indicando nel programma di ricercare l'indirizzo: Piazza del Colosseo 1 Roma, in pochi secondi sarà individuata la posizione a circa 41 gradi nord dall'equatore (latitudine) e a 12 gradi a est dal Meridiano 0 di Greenwich (longitudine).



Per un maggiore approfondimento sulla determinazione angolare della latitudine e della longitudine si riporta alla figura seguente dove:



- la longitudine è la distanza angolare di un punto dal meridiano fondamentale, misurata sull'arco di parallelo che passa per quel punto. Essa corrisponde all'angolo PAO dove A è un punto sull'asse terrestre appartenente al piano del parallelo di P ;
- La latitudine è la distanza angolare di un punto dall'equatore misurata lungo il meridiano che passa per quel punto. Essa corrisponde all'angolo PCP' compreso tra la verticale del luogo e il piano dell'equatore, dove C è il centro della Terra.

Scheda Attività integrative

Primi passi con Geogebra

La finestra di GeoGebra - versione 4

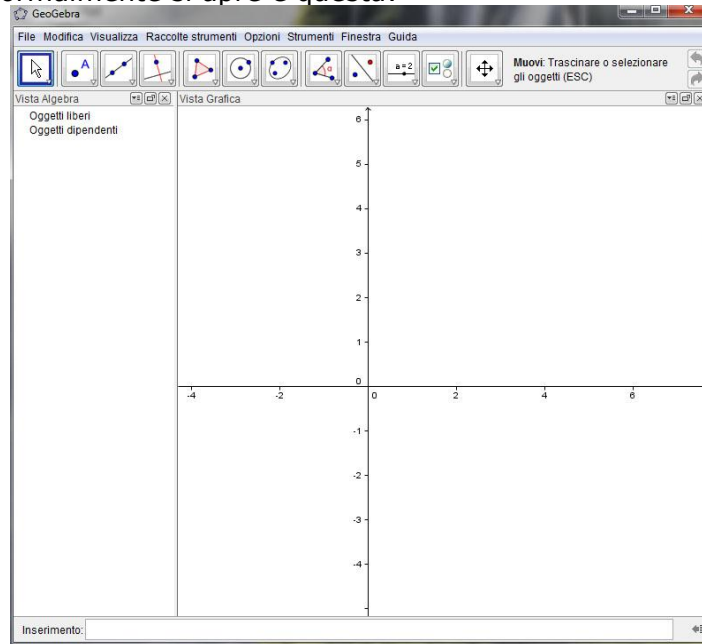
A. Aprire l'applicazione GeoGebra

1. Sul desktop, fare doppio click sull'icona di Geogebra



B. Dopo l'avvio di GeoGebra



La finestra che normalmente si apre è questa:



C. Principali componenti della finestra di Geogebra (dall'alto verso il basso)

1. Barra del titolo
2. Barra dei menù
3. Barra degli strumenti
4. Vista (Finestra) Algebra (a sinistra)
5. Vista grafica (a destra)
6. Barra di inserimento

D. Esploriamo ora alcune funzionalità

- Barra del titolo
- Barra dei menu (o barra dei Comandi)
 - File
 - Salva
 - Chiudi (Esci dal programma)
- Barra degli strumenti
 - Puntatore 
 - Nuovo punto 
- Vista Algebra
 - Oggetti liberi

In Geogebra l'input può essere effettuato in modalità interattiva di geometria o in modalità di testo, pertanto un'espressione nella finestra algebra corrisponde a un oggetto nella finestra geometria e viceversa.

La **Barra dei menù** in Geogebra versione 4, rilasciata nell'estate 2011, presenta nove voci (vedi figura 1).



Figura 1

La **Barra degli strumenti** presenta dodici bottoni con menù a tendina, ad ognuno di essi si attribuiscono altrettanti nomi come illustrato in figura 2.

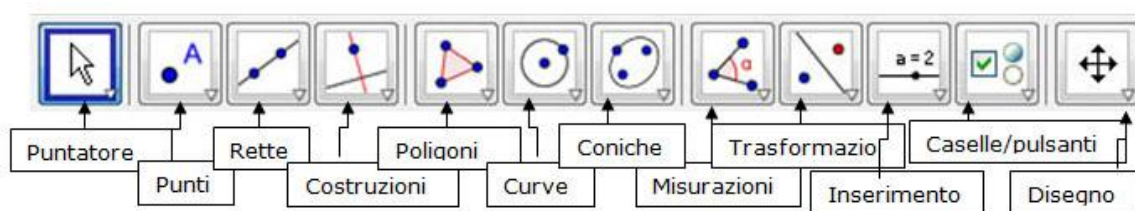



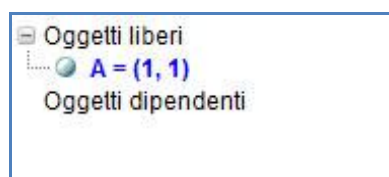
Figura 2

E. Passi di costruzione

2. Inserire la griglia nella Vista (finestra) grafica
 - a. Sposta il puntatore nella Vista grafica a destra e clicca con il tasto destro del mouse.
 - b. Il seguente menù apparirà (vedi figura sotto riportata):

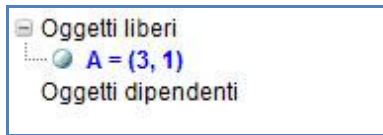


- c. Muovi il puntatore su Griglia e seleziona con un click del mouse
 - a. Disegna un nuovo Punto: Barra degli Strumenti\ Punti\Nuovo Punto 
 - b. Muovi il puntatore nella Vista grafica e nota che quando il punto si avvicina a un punto della griglia Geogebra visualizza le coordinate intere del punto.
 - c. Muovi il tuo puntatore sino al punto della griglia (1;1) e seleziona.
 - i. Comparirà il punto (1,1) di colore **BLUE** con etichetta **A**.
 - ii. Osserva la finestra Algebra a sinistra. Sotto gli *Oggetti liberi* compare **A=(1,1)**




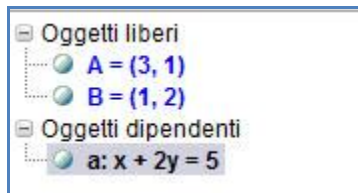
3. Seleziona dalla Barra degli strumenti\Puntatore

- i. Ora muovi il punto A verso il punto (3;1)
- ii. Osserva che nella Vista Algebra qualcosa è cambiato:



4. Disegniamo un altro punto

- a. Seleziona Barra degli Strumenti\Punti\Nuovo Punto 
- b. Muovi il puntatore nel punto (1,2) e seleziona.
 - i. Un punto di colore BLUE è tracciato in (1,2) con etichetta B.
 - ii. Osserva i cambiamenti nella Vista Algebra
 - iii. Seleziona Barra degli Strumenti\Rette\Retta per due punti e muovi il mouse selezionando il punto A e il punto B
 - iv. Una retta passante per A e B è tracciata
 - v. Osserva i cambiamenti nella Vista Algebra, la retta è un Oggetto dipendente da A e B

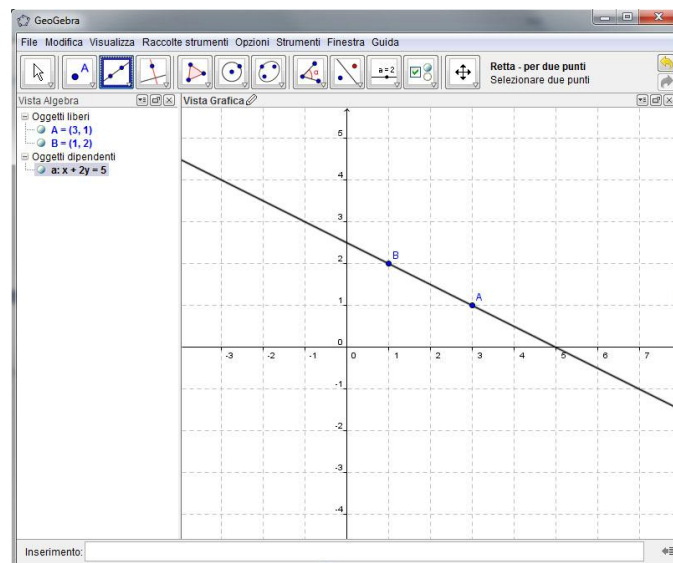


5. Salva il file della sessione di lavoro

- a. Selezione dalla Barra dei Menù **File\ Salva**.
- b. Si aprirà una finestra di dialogo, scrivi Retta2punti e seleziona il bottone Salva
- c. Osserva che il file creato è Retta2punti.ggb

F. Cosa abbiamo fatto

La figura riportata nel seguito è la videata di Geogebra, dopo aver svolto i passi di costruzione sino alla lettera E.



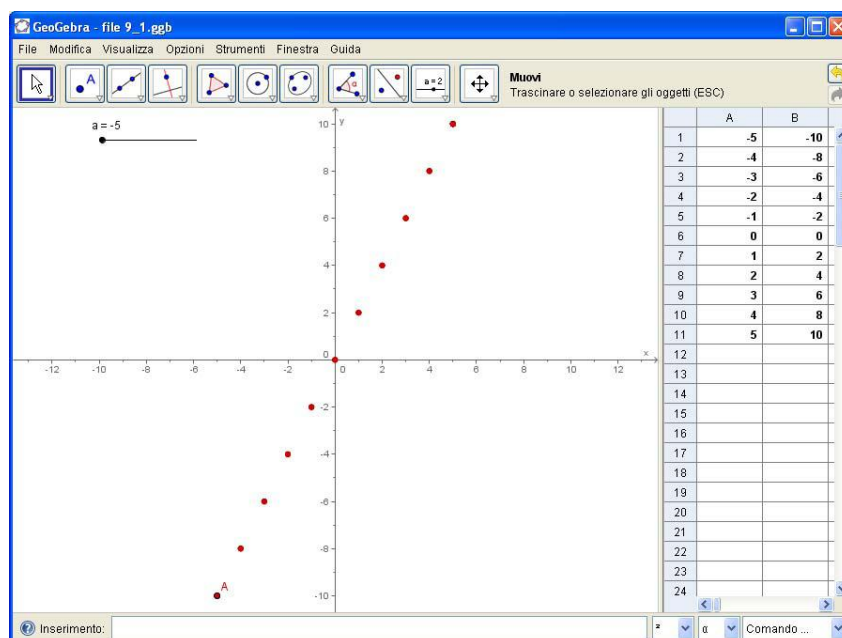
Scheda Attività integrative

Il foglio di calcolo in Geogebra

GeoGebra consente tre differenti finestre (o viste) per gli oggetti matematici: la Vista Grafica, la Vista Algebrica che è numerica, e la Vista del Foglio di Calcolo.

In tal modo è possibile mostrare gli oggetti matematici con tre differenti registri di rappresentazione: grafico (ad es. punti, funzioni, grafici), algebrico (ad es. coordinate di punti, equazioni), e con celle del foglio di calcolo.

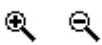




Tutte le rappresentazioni dello stesso oggetto sono collegate dinamicamente tra loro ed ogni azione su una di esse ne modifica le altre, non importa quale sia stato il modo iniziale di creazione.



Si osservi che all'inizio della costruzione sono presenti gli *Assi* e *Finestra Algebra*, che dal menù *Visualizza* possono essere spuntati e nascosti per poter operare in un piano euclideo.

- Aprire un nuovo file di GeoGebra.
- Visualizzare la *Finestra del Foglio di Calcolo* (menu *Visualizza*).
- Nascondere la *Griglia* e la *Finestra di Algebra* (menu *Visualizza*).

1		Creare la slider a in un intervallo prestabilito (da -5 a 5 è quello dato inizialmente dal programma) e cambiare l'incremento da 0,1 a 1.
2	$A=(a, 2a)$	Creare il punto A inserendo tale scrittura $A=(a, 2a)$ nella barra di inserimento
3	AA	Mostrare l'etichetta del punto A nella finestra grafica.
4		Muovere il punto sulla slider per osservare le varie posizioni di A
5		Usare lo strumento Muovi nella Finestra Grafica, e i tasti <i>Zoom In</i> e <i>Zoom Out</i> per aumentare e diminuire a piacere la

		<i>Finestra Grafica</i> per rendere sempre visibile il punto A durante il suo movimento.
6		Attivare la traccia del punto A.
7		Muovere il punto sulla slider per cambiare il valore dello slider a ed esaminare quale traccia lascia il punto A per ogni posizione dello slider.
8		Impostare il valore dello slider a a -5.
9		Memorizzare nel foglio di calcolo le coordinate per le differenti posizioni del punto A: (1) Selezionare lo strumento <i>Registra sul foglio di calcolo</i> . Quindi cliccare sul punto A per evidenziarlo. Nota: Le coordinate della posizione attuale del punto A sono immediatamente immesse nelle celle A1 (ascisse) e B1 (ordinate) del foglio di calcolo. (2) Ora cambiare il valore dello slider a per memorizzare nel foglio di calcolo le coordinate di tutte le altre possibili posizioni del punto A. Nota: Non passare ad un altro strumento prima di aver mosso lo slider.

Il manuale di Geogebra suggerisce altri compiti aggiuntivi, particolarmente adatti all'argomento affrontato nell'unità, ovvero quello di rappresentare nel piano cartesiano le funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$, $y=ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici.

Compito 1: Esaminare il campione di valori di y nella colonna B

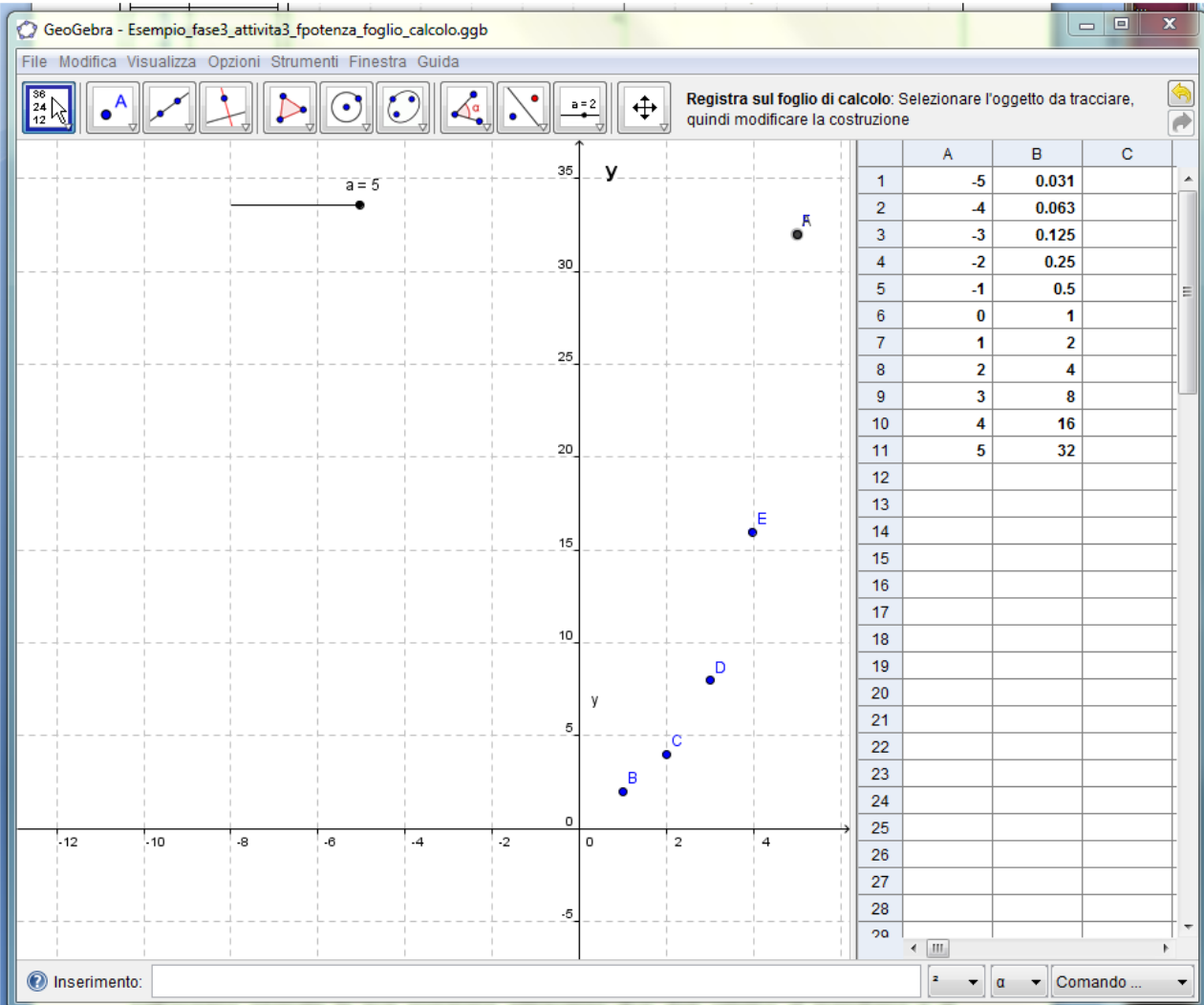
Gli studenti esplorano la sequenza numerica nella colonna B, creata dalle ordinate delle differenti posizioni del punto A. L'insegnante guida e incoraggia gli studenti a congetturare circa la funzione che interpola i punti che rappresentano tutte le diverse posizioni di A.

Nel seguito si chiede agli studenti di introdurre nella barra di inserimento la corrispondente funzione per controllare se la previsione è o meno corretta (ad es. gli studenti inseriscono $f(x) = 2x$ per creare la retta che passa per tutti i punti).

Compito 2: Creare un nuovo problema

Al passo n.2 cambiare le ordinate del punto A per creare un nuovo problema: ad esempio A(a, 2^a) e ripetere i passi delle istruzioni precedenti da 7 a 9 per registrare nel foglio di calcolo le coordinate delle nuove posizioni del punto A.

Nota: Se non si vogliono cancellare i vecchi valori nelle colonne A e B, GeoGebra usa automaticamente le successive due colonne vuote (ad es. C e D) per memorizzare in nuovi valori delle coordinate.



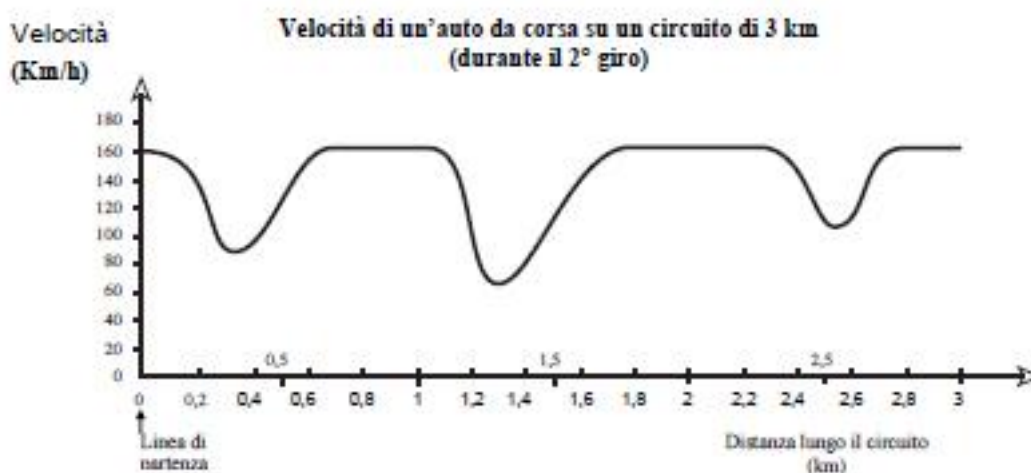
DAI TEST INTERNAZIONALI

Riportiamo nel seguito alcuni quesiti, inerenti gli argomenti affrontati nell'attività "Il piano cartesiano", e tratti dalle prove internazionali e nazionali, si vuole in tal modo offrire un ambito di confronto tra quanto introdotto nella attività e i riferimenti a test internazionali.

Il quesito che segue è tratto dalle prove PISA OCSE 2003 per i quindicenni.
(http://www.invalsi.it/invalsi/ri/pisa2006.php?page=pisa2006_it_05)

VELOCITÀ DI UN'AUTO DA CORSA

Il grafico mostra come varia la velocità di un'auto da corsa mentre percorre il secondo giro di un circuito pianeggiante lungo 3 chilometri.



Domanda 1: VELOCITÀ DI UN'AUTO DA CORSA

M159Q01

Qual è la distanza approssimativa tra la linea di partenza e l'inizio del tratto rettilineo più lungo del circuito?

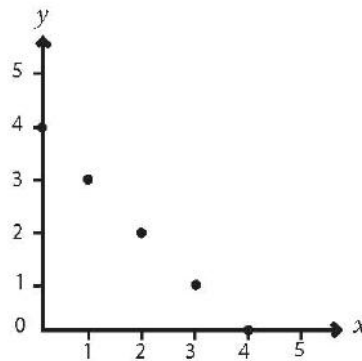
- A 0,5 km.
- B 1,5 km.
- C 2,3 km.
- D 2,6 km.

Il quesito che segue è tratto dalla prova NAZIONALE Invalsi 2008 - Esami primo ciclo.

<http://www.invalsi.it/esamidistato/risultati/risfree.php>

<http://www.invalsi.it/esamidistato/risultati/Fascicolo1 Stampa.pdf>

- C20. Se x e y sono numeri interi, quali tra le seguenti è la relazione tra x e y per i punti disegnati nel grafico?

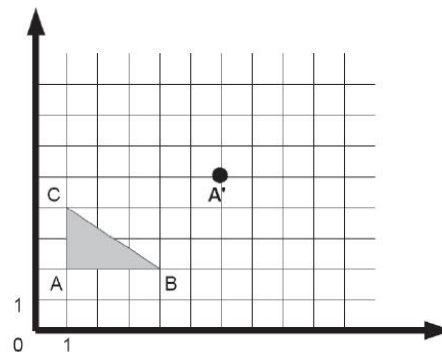


- A. $x + 4y = 4$
- B. $x + y = 4$
- C. $y = x - 4$
- D. $x = y - 4$

Dalla prova NAZIONALE Invalsi 2009:

http://www.invalsi.it/esamidistato0809/documenti/Prova_nazionale_2009_matematica.pdf

- D17. Il triangolo ABC viene traslato nel piano cartesiano in modo che il vertice A venga a trovarsi in A'. Quali sono le coordinate B' e C' degli altri vertici del triangolo traslato?



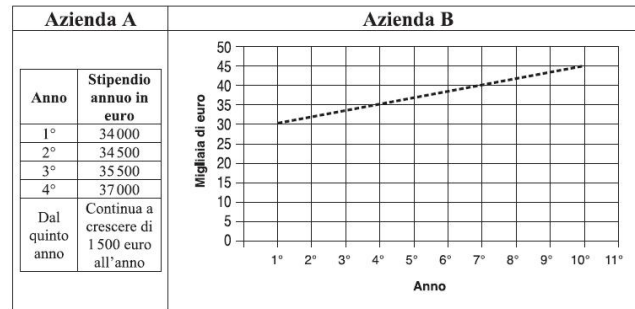
- ☐ A. $B' \equiv (9;5)$ $C' \equiv (9;3)$
- ☐ B. $B' \equiv (3;5)$ $C' \equiv (6;3)$
- ☐ C. $B' \equiv (9;5)$ $C' \equiv (6;7)$
- ☐ D. $B' \equiv (6;7)$ $C' \equiv (6;3)$

Dalla prova NAZIONALE Invalsi 2011:

<http://www.invalsi.it/esamidistato1011/>

http://www.invalsi.it/esamidistato1011/documenti/PN1011_Matematica.pdf

- D3. Il padre di Silvia riceve due proposte di lavoro, una dall'azienda A e una dall'azienda B. La tabella rappresenta come cresce nel tempo lo stipendio offerto dall'azienda A e il grafico rappresenta come cresce nel tempo quello offerto dall'Azienda B.

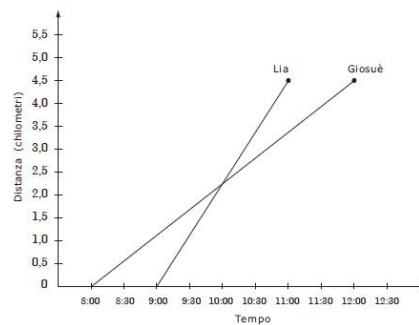


- a. In quale anno il padre di Silvia percepirà uno stipendio annuale di 40 000 euro?
- Azienda A:
- Azienda B:
- b. Se il padre di Silvia intende lavorare, nell'azienda, per dieci anni, quale proposta è più conveniente?
- Risposta:
- c. Giustifica la tua risposta (alla domanda b).
-
-

Dalla prove TIMSS 2003 per la 3 classe secondaria I grado:

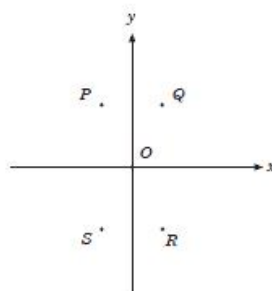
<http://archivio.invalsi.it/ricerche-internazionali/iea-timss/>

Il grafico mostra la distanza percorsa e il tempo impiegato da Giosuè e da Lia durante una gita a piedi in campagna.



Se entrambi sono partiti dallo stesso luogo e hanno camminato nella stessa direzione, a quale ora si sono incontrati?

- (A) 8:00
- (B) 8:30
- (C) 9:00
- (D) 10:00
- (E) 11:00



Quale punto del piano cartesiano può avere le coordinate $(2, -4)$?

- (A) P
- (B) Q
- (C) R
- (D) S

M032588

Dalla prove TIMSS 2007 per la 3 classe secondaria I grado:

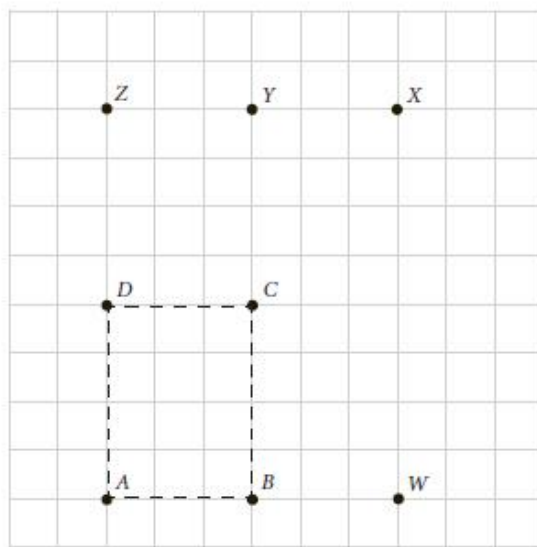
<http://www.invalsi.it/invalsi/ric.php?page=timss2007>

<http://www.invalsi.it/ric-int/timss2007/restitem.php>

26

Utilizzando i punti contrassegnati, traccia un triangolo che abbia un'area DOPPIA rispetto al rettangolo $ABCD$.

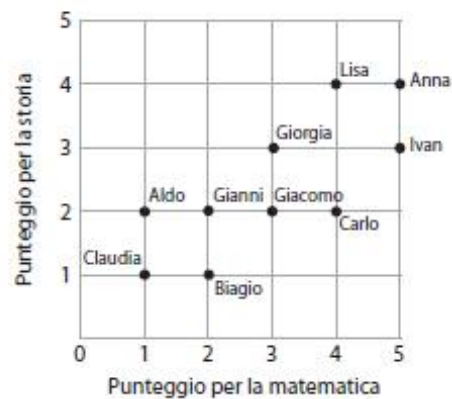
M04_11



M04_2130

B. I punteggi degli alunni sono riportati nel grafico seguente. Ad esempio, il nome di Aldo è posizionato in base ai suoi punteggi (matematica 1, storia 2).

M04_12



Scrivi Vero o Falso nello spazio dopo ciascuna di queste affermazioni.

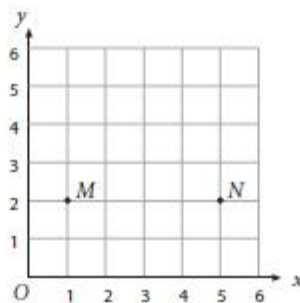
A tutti gli alunni nel gruppo la matematica piace più della storia. _____

Quasi la metà degli alunni ha assegnato a entrambe le materie lo stesso punteggio. _____

Per due alunni entrambe le materie sono indifferenti. _____

M042303_2

53



M07_10

Nella figura sono rappresentati due punti M e N . Giovanni deve determinare un punto P tale che MNP formi un triangolo isoscele. Quale tra i seguenti punti potrebbe essere P ?

- (A) (3,5)
- (B) (3,2)
- (C) (1,5)
- (D) (5,1)